



Universitatea  
Transilvania  
din Braşov

ŞCOALA DOCTORALĂ INTERDISCIPLINARĂ  
Facultatea de Inginerie mecanică

Munyaradzi Innocent MUPONA

**Cercetări privind analiza dinamică a  
procesului de frezare pe baza  
performanţelor modale ale unui  
dinamometru cu traductoare dinamice de  
forţă**

**Research on the dynamic analysis of the  
milling process based on the modal  
performances of a dynamometer with  
dynamic force transducers**

REZUMAT

Conducător ştiinţific  
Prof.dr.ing. Ioan Călin ROŞCA

BRAŞOV, 2024



## REZUMAT

În cadrul prezentei teze de doctorat sunt analizate modelele dinamice de analiză ale procesului tehnologic de frezare. Sunt prezentate principalele aspecte legate de parametrii tehnologici ai procesului de aşchiere și sunt descrise abordările cinematice și dinamice ale acestuia (viteza de aşchiere, avansul, adâncimea de aşchiere etc.).

Pentru analiza dinamică, sunt descrise modele cu mase concentrate, cu unul și două grade de libertate. Vibrațiile autoinduse sunt analizate și legate de ele fenomenul de chatter. Sunt prezentate cauzele care duc la apariția fenomenului de chatter și modul în care parametrii de tăiere pot amplifica fenomenul.

Pentru a determina nivelul forțelor de tăiere, a fost proiectat un dinamometru care utilizează, în locul modelului clasic de mărci tensometrice, traductoare dinamice de forță. Dinamometrul este analizat atât din punct de vedere al comportamentului static, cât și al celui dinamic. Se determină rigiditatea statică a elementelor elastice (inele octaedrice), precum și rigiditatea generală a dinamometrului. Pentru aceasta, au fost efectuate teste de încărcare-descărcare, precum și analize cu metoda elementelor finite. În cazul inelelor octaedrice, au fost analizate și relațiile analitice găsite în literatura de specialitate.

După determinarea comportamentului static, a fost efectuat un studiu al comportamentului dinamic al dinamometrului. Au fost efectuate analize modale pentru inelele octaedrice și pentru dinamometru în ansamblu. Testele au fost efectuate cu ciocanul de impact și excitatorul dinamic (shaker) folosind un semnal aleatoriu. Au fost determinate frecvențele proprii și au fost trasate curbele de variație a factorului de amortizare.

Valorile determinate pentru rigiditate și amortizare au fost utilizate pentru analiza dinamică a dinamometrului considerat un sistem cu mase concentrate, cu trei grade de libertate.



## LISTA DE TABELE

	Teză	Rezumat
<b>Capitolul 4</b>		
Tabel 4.1 Poziția rădăcinilor	75	-
<b>Capitolul 5</b>		
Tabel 5.1 Date tehnice traductor de forță tip 8230-003	88	57
Tabel 5.2 Valorile de rigiditate și deplasare obținute prin MEF	91	45
Tabel 5.3 Valorile de rigiditate și deplasare obținute prin MEF	91	46
Tabel 5.4 Valorile deformațiilor obținute prin încercări – direcția sarcinii axiale	93	-
Tabel 5.5 Valorile medii de rigiditate și deplasare obținute prin experiment – direcția sarcinii axiale	95	-
Tabel 5.6 Valorile deformațiilor obținute prin încercări – direcția transversală a sarcinii	96	47
Tabel 5.7 Valorile medii de rigiditate și deplasare obținute prin experiment – direcția de sarcină transversală	97	47
Tabel 5.8 Sinteza valorilor de rigiditate	98	-
Tabel 5.9 Formele FRF	102	-
Tabel 5.10 Caracteristicile excitatorului electrodinamic	104	
		48
Tabel 5.11 Valorile raportului dintre masa efectivă și masa totală pentru cazul cazului liber liber	106	-
Tabel 5.12 Comparatie între valele găsite prin MEF și teste	110	-
Tabel 5.13 Frecvențele naturale ale dinamometrului	112	51
Tabel 5.14 Comparatie între MEF și frecvențele naturale măsurate prin metoda impactului cu ciocan	120	-
Tabel 5.15 Comparatie între MEF și frecvențele naturale măsurate prin metoda excitației cu excitatory electrodinamic	129	-
Tabel 5.16 Sinteza valorilor medii comune ale măririi	135	
Table 5.17 The first 6 natural frequency calculated with FEM for milling drill	144	-
Tabel 5.18 Coeficientul de transmisibilitate pentru frecvențele 4 Hz, 8 Hz și 6 Hz	149	-
Tabel 5.19 Coeficientul de transmisibilitate pentru frecvențele 8 Hz, 12 Hz și 9,666 Hz	154	57



## LISTA FIGURILOR

	Teză	Rezumat
<b>Capitolul 1</b>		
Figura 1.1 Schema bloc a maşinii-unelte	18	18
<b>Capitolul 2</b>		
Figura 2.1 Cerinţe ale unei operaţii de prelucrare	23	21
Figura 2.2 Generarea de suprafeţe plane	23	21
Figura 2.3 Mişcările de lucru ale scule de frezare	24	21
Figura 2.4 Tipurile unghiului de degajare	25	23
Figura 2.5 Reprezentarea unghiurilor sculelor de strunjire în sistemul ASA	26	24
Figura 2.6 Reprezentarea unghiurilor sculei în ORS	27	24
Figura 2.7 Reprezentarea unghiurilor plane auxiliare în ORS	27	24
Figura 2.8 Unghiurile sculelor de rotire în sistemul NRS	28	24
Figura 2.9 Suprafaţa de aşezare cu toate unghiurile de aşezare pozitive	29	25
Figura 2.10 Linia principală a flancului principal	29	25
Figura 2.11 Geometria proceselor de aşchiere ortogonale (A) şi oblice cu muchie dreaptă (B)	30	26
Figura 2.12 Abaterea fluxului de aşchii prin efectul de tăiere restricţionat (RCE)	31	26
Figura 2.13 Rolul unghiului de înclinare pe direcţia de degajare a aşchiilor	32	27
Figura 2.14 Comprimarea materialului de lucru	33	28
Figura 2.15 Dezvoltarea şi propagarea fisurii care provoacă separarea aşchiilor	33	28
Figura 2.16 Caracteristicile geometrice ale formării continue a aşchiilor	34	29
Figura 2.17 Relaţia dintre coeficientul de frecare a aşchiilor, unghiul de aşchiere şi coeficientul de reducere a aşchiilor	35	-
Figura 2.18 Planul şi unghiul de forfecare în timpul formării aşchiilor	35	30
Figura 2.19 Principiul general al măsurării	36	31
Figura 2.20 Zone de generare de căldură în prelucrare	37	31
Figura 2.21 Schema cinematică a unei maşini de frezat orizontală	40	33
<b>Capitolul 3</b>		
Figura 3.1 Reprezentarea diagramei bloc generale	43	35
Figura 3.2 Sistem cu un grad de libertate: a) modelul fizic; b) diagrama forţelor	47	36
Figura 3.3 Variaţia răspunsului sistemului pentru diferite valori ale raportului $\nu$ şi amortizarea $\zeta$ : a) amplitudinea răspunsului; b) faza răspunsului	48	-
Figura 3.4 Sistem cu două grade de libertate: a) modelul fizic; b) diagrama de forţe pentru masa $m_1$ ; c) diagrama de forţe pentru masa $m_2$	50	37
Figura 3.5 Sistem cu două grade de libertate: a) în coordonate locale; b) în coordonate modale	52	-

	Teză	Rezumat
Figura 3.6 Model de frezare cu un grad de libertate	45	39
Figura 3.7 Geometria procesului de tăiere și a componentelor forței de așchiere	46	-
Figura 3.8 Descrierea geometriei unghiului $\varphi_i(t)$ : a) frezare în sensul avansului; b) frezare în contra avansului	46	-
Figura 3.12 Model neliniar de frezare sculă-piesă de prelucrat cu două grade de libertate	58	44
Figura 3.13 Modelul dinamic de frezare luând în considerare rigiditatea sculei și a piesei de prelucrat	59	45
<b>Capitolul 4</b>		
Figura 4.1 Modelul dinamic de frezare	69	-
Figura 4.2 Procesul de regenerare	70	-
FIGURA 4.3 Graficul s-plan al soluțiilor definite prin relația (4.20)	75	51
Figura 4.4 Conectarea în serie a funcțiilor de transfer	77	-
Figura 4.5 Conectarea în paralel a funcțiilor de transfer	78	-
Figura 4.6 Funcții de transfer în feedback	78	-
Figura 4.7 Schema forțelor de frezare dinamice	82	-
<b>Capitolul 5</b>		
Figura 5.1 Dinamometru de frezare: (a) vedere frontală; (b) vedere laterală	86	54
Figura 5.2 Geometria componentelor dinamometrului: (a) geometria inelului; (b) geometria plăcii superioare; (c) placa de jos	87	-
Figura 5.3 Montarea traductoarelor de forță: a) în inele; b) montaj detaliat	88	54
Figura 5.4 Cotele dimensionale ale inelelor octogonale	89	55
Figura 5.5 Geometria inelelor	89	56
Figura 5.6 Geometria inelului	90	-
Figura 5.7 Definirea elementului finit Solid SOLID185	90	-
Figura 5.8 Modelul cu elemente finite al inelului	90	55
Figura 5.9 Încărcarea axială	91	56
Figura 5.10 Deformarea axială	91	56
Figura 5.11 Încărcarea transversală	92	57
Figura 5.12 Deformarea transversală	92	57
Figura 5.13 Dispozitiv pentru determinarea rigidității: a) pe direcția axială a inelului; b) pe direcția transversală a inelului	92	57
Figura 5.14 Curbele testelor de sarcină –axială/deformare ale inelului	95	58
Figura 5.15 Curbele testelor de sarcină –transversală/deformare ale inelului	98	58
Figura 5.16 Caracteristici ale ciocanului de impact tip 8206-003: a) forma impulsului și picătură în funcție de timp; b) spectrul formeii forței unui impact asupra unei plăci de aluminiu	103	-



	Teză	Rezumat
Figura 5.17 ShakerTIRAvib: a) prezentare generală; b) dimensiuni de ansamblu; c) dimensiuni vedere de sus	104	-
Figura 5.18 Cântărirea inelului	106	-
Figura 5.19 Forma deformată a inelului pentru frecvențele naturale prezentate în Tabelul 5.12	107	-
Figura 5.20 – Sistem de prindere al inelului	108	60
Figura 5.21 – Configurarea pentru testarea inelului	108	60
Figura 5.22 – Configurarea analizei FFT	108	-
Figura 5.23 – Configurare Trigger	108	-
Figura 5.24 Reprezentare FRF - acceleranță	109	60
Figura 5.25 Reprezentare FRF - mobilitate	109	60
Figura 5.26 Reprezentare FRF - receptanță	109	60
Figura 5.27 Factorul de amortizare vs. frecvență	110	61
Figura 5.28 Geometriile plăcilor: a) placa de fund; b) placa superioară	111	-
Figura 5.29 Dinamometrul: a) vedere izometrică; b) vedere frontală; c) vedere laterală; d) modelul elementelor finite	112	61
Figura 5.30 Forma deformată a dinamometrului pentru frecvențele naturale prezentate în Tabelul 5.14	113	-
Figura 5.31 Instalarea celor patru accelerometre	114	62
Figura 5.32 FRF pentru toate punctele de măsurare: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță	115	63
Figura 5.33 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi	116	63
Figura 5.34 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi	117	63
Figura 5.35 FRF pentru toate punctele de măsurare: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță	118	64
Figura 5.36 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi (accelerometrele ② and ④)	119	64
Figura 5.37 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi (accelerometrele ① and ③)	120	65
Figura 5.38 Testarea modală a dinamometrului folosind semnalul de intrare a shakerului în direcția longitudinală (direcția Ox)	123	65
Figura 5.39 FRF pentru toate punctele de măsurare: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță	123	65



	Teză	Rezumat
Figura 5.40 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi (accelerometrele ② and ④)	124	66
Figura 5.41 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi (accelerometrele ① and ③)	125	66
Figura 5.42 Testarea modală a dinamometrului folosind semnalul de intrare a shakerului în direcția longitudinală (direcția Oy)	126	67
Figura 5.43 FRF pentru toate punctele de măsurare: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță	126	67
Figura 5.44 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi (accelerometrele ② and ④)	127	67
Figura 5.45 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) funcție exponențială de ordinul întâi; d) funcție exponențială de ordinul doi (accelerometrele ① and ③)	128	68
Figura 5.46 Configurarea proiectului de determinare a transmisibilității: a) definirea traductoarelor de forță; b) definirea măsurătorilor; c) definirea vizualizării	130	-
Figura 5.47 Funcțiile FRF ale coeficientului de transmisibilitate pentru toate cele patru traductoare de forță	131	69
Figura 5.48 Reprezentarea transmisibilității în cazul semnalului aleator de intrare a vibratorului axial: a) valoare medie pentru traductoarele 1 și 3; b) valoarea medie pentru traductoarele 2 și 4	132	69
Figura 5.49 Funcțiile FRF-uri ale coeficientului de transmisibilitate pentru toate cele patru traductoare de forță	133	69
Figura 5.50 Reprezentarea transmisibilității în cazul semnalului aleator de intrare a vibratorului transversal: a) valoare medie pentru traductoarele 1 și 3; b) valoarea medie pentru traductoarele 2 și 4	134	70
Figura 5.51 Sinteza valorii de mărire pentru valorile comune ale frecvenței: a) direcția longitudinală; b) direcția transversală	135	-
Figura 5.52 Accelerometrul DeltaTron Tip 4504A: a) accelerometrul; b) dimensiunile accelerometrului	136	-
Figura 5.53 Testarea modală al sculei de frezat: a) accelerometrul montat pe unealta de frezat; b) test modal cu ciocan	136	70
Figura 5.54 Funcțiile FRF măsurate în urma unei lovituri în direcția Ox	137	71
Figura 5.55 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție de putere de ordinul doi (direcția Ox)	137	-



	Teză	Rezumat
Figura 5.56 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție de putere de ordinal doi (Ox direction)	138	-
Figura 5.57 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție de (direcția Oy)	138	-
Figura 5.58 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție de exponențială de ordunul unu (direcția Oy)	139	-
Figura 5.59 Funcțiile FRF măsurate în timpul unei lovituri în direcția Oy	139	71
Figura 5.60 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție de putere de ordinul unu (direcția Ox)	140	-
Figura 5.61 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție exponențială de ordinal doi (direcția Ox)	140	-
Figura 5.62 Curve fit of measured damping ratio using a 2 <sup>nd</sup> power function (Oy direction)	141	-
Figura 5.63 Aproximarea curbei factorului de amortizare măsurat cu o funcție de putere de ordinal doi (direcția Oy)	141	-
Figure 5.64 Modelul 3D al sculei de frezat	142	-
Figure 5.65 Discretizarea frezei	142	72
Figure 5.66 Impunerea condițiilor de legătură	143	-
Figure 5.67. Locul de aplicare a loviturii de ciocan și locul de măsurare al accelerațiilor de răspuns	143	72
Figure 5.68 Primele șase moduri de vibrație	144	73
Figure 5.69 FRF rezultată în urma aplicării unui semnal unitary în direcție axei Ox (MEF)	145	73
Figure 5.70 FRF rezultată în urma aplicării unui semnal unitary în direcție axei Oy (MEF)	145	73
Figure 5.71 FRF rezultată în urma aplicării unui semnal unitary în direcție axei Oz (MEF)	145	73
Figure 5.72 Dinamometrul montat pe masa frezei PROMA FHV-50PD/2	146	76
Figura 5.73 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 1): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	147	-
Figure 5.74 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 1) în domeniul de timp considerat de 120 s ÷ 125 s: a) at the level of transducer 1 (axial); b) at the level of transducer 2 (transversal); c) at the level of transducer 3 (axial); d) at the level of transducer 4 (transversal); e) at the level of transducer 5 (vertical)	148	-



	Teză	Rezumat
Figura 5.75 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 2): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	150	-
Figura 5.76 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 2) în intervalul considerat 60 s ÷ 65 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	151	-
Figura 5.77 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 3): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	152	-
Figura 5.78 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 3) în intervalul considerat 60 s ÷ 65 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	154	-
Figura 5.79 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 4): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	155	-
Figura 5.80 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 4) în intervalul considerat 60 s ÷ 65 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	156	-
Figura 5.81 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 5): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	157	-
Figura 5.82 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 5) în intervalul considerat 120 s ÷ 125 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	158	-
Figura 5.83 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 6): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	159	-

	Teză	Rezumat
Figure 5.84 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 5) în intervalul considerat 60 s ÷ 65 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	160	-
Figura 5.85 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 7): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	161	-
Figura 5.86 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 7) în intervalul considerat 60 s ÷ 65 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	162	-
Figura 5.87 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 8): a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	163	-
Figura 5.88 Măsurători în domeniul timpului pentru primul test (Test 8) în intervalul considerat 60 s ÷ 65 s: a) la nivelul traductorului 1 (axial); b) la nivelul traductorului 2 (transversal); c) la nivelul traductorului 3 (axial); d) la nivelul traductorului 4 (transversal); e) la nivelul traductorului 5 (vertical)	164	-
<b>Capitolul 6</b>		
Figura 6.1 Modelul plăcii superioare: a) punctele de legătură și dimensiunile; b) modelul masa-arc al plăcii superioare și al inelelor	169	77
Figura 6.2 Schema mișcării plăcii: în direcția longitudinală „Ox”, în direcția transversală „Oy”	170	78
Figura 6.3 Diagramă de forță dinamometru cu masă concentrată (placa superioară)	171	79
Figura 6.4 Reprezentarea FRF a dinamometrului ca sistem cu 3 grade de libertate	175	81



## LIST OF SYMBOLS

### Capitolul 2

- $\gamma$  - unghiul de aşezare [°]  
 $\pi_R$  - planul de referinţă  
 $\pi_X$  - planul longitudinal al maşinii unelte  
 $\pi_Y$  - planul transversal al maşinii unelte  
 $\gamma_X$  - unghiul de aşezare lateral [°]  
 $\gamma_Y$  - unghiul de aşezare din spate [°]  
 $\alpha_X$  - unghiul de degajare [°]  
 $\alpha_Y$  - unghiul de degajare din spate [°]  
 $\phi_S$  - unghiul cde atac [°]  
 $\phi_e$  - unghiul dintre suprafaţa prelucrată şi unealtă [°]  
 $r$  - raza de vârf [mm]  
 $\pi_C$  - planul de aşchiere  
 $\pi_O$  - planul ortogonal  
 $\lambda$  - unghiul de înclinare [°]  
 $\gamma_O$  - unghiul de aşezare ortogonal [°]  
 $\alpha_O$  - unghiul ortogonal de evacuare [°]  
 $\alpha'_O$  - unghiul ortogonal auxiliar de evacuare [°]  
 $\phi$  - unghiul principal de tăiere [°]  
 $\phi_1$  - unghiul principal auxiliar de tăiere [°]  
 $\gamma_N$  - unghiul de aşezare normal [°]  
 $\alpha_N$  - unghiul normal de degajare [°]  
 $\alpha'_N$  - unghiul normal auxiliar de degajare [°]  
 $s_0$  - viteza de avans [mm/rev]  
 $\phi_d$  - unghiul de deviere al aşchiei [°]  
 $t$  - dâncimea de aşchiere [mm]  
 $b_1$  - lăţimea aşchiei înainte de tăiere [mm]  
 $b_2$  - lăţimea aşchiei după tăiere [mm]  
 $\eta$  - coeficient de reducere a aşchiei  
 $\mu$  - coeficientul de frecare aşchie-sculă  
 $v_C$  - viteza de aşchiere [mm/rev]  
 $v_A, v_B$  - viteza de avans [mm/rev]  
 $\beta_0$  - unghiul de forfecare [°]  
 $\varepsilon$  - deformarea de aşchiere [%]  
 $\tau_s$  - tensiunea de forfecare [MPa]



### Capitolul 3

$m$  – masa  $[kg]$

$c$  - constanta de amortizare  $[Ns/m]$

$k$  - constanta de elasticitate  $[N/m]$

$\zeta$  - factorul de amortizare [%]

$\omega$  - pulsația naturală  $[rad/s]$

$u$  - pseudo-frecvența

$\varphi_{en}$  - unghiul de intrare al dintelui în tăiere  $[rad]$

$\varphi_{ex}$  - unghiul de ieșire din așchiere  $[rad]$

$\varphi_i(t)$  - unghi dependent de timp  $[rad]$

$n$  - viteza de rotație a sculei  $[rot/min]$

$a_e$  - pătrunderea/imersia radială  $[mm]$

$D$  - diametrul sculei  $[mm]$

$T_{reg}$  - întârzierea regenerativă  $[s]$



## LIST OF ABBREVIATIONS

### Capitolul 1

DMS - Dynamic Machining Systems

ESM - elastic system of machine tools

CS - cutting process

DAS - the dynamically acting system for machine tool kinematic chains

DSF - the dynamic system of the friction process

### Capitolul 2

ASA - American Standards Association

ORS - Orthogonal Rake System

NRS - Normal Rake System

RCE - Restricted Cutting Effect

### Capitolul 3

SISO - single input/single output systems

SIMO - single input/multiple output systems

MISO - multiple input - single output systems

MIMO - multiple input/multiple output systems



## CUPRINS

	Teză	Rezumat
<b>REZUMAT</b>	<b>5</b>	<b>3</b>
<b>Lista tabelelor</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Lista figurilor</b>	<b>6</b>	<b>5</b>
<b>Lista simbolurilor</b>	<b>12</b>	11
<b>Lista abrevierilor</b>	<b>12</b>	13
<b>Capitolul 1 - Introducere</b>	<b>18</b>	<b>18</b>
1.1. Prezentare generală	18	18
1.2. Obiectivele tezei de doctorat	19	19
1.3. Structura tezei	19	19
<b>Capitolul 2 – Cinematica și dinamica frezării</b>	<b>21</b>	<b>20</b>
2.1. Aspecte generale privind fabricarea și prelucrarea	21	20
2.2. Prelucrări clasice (convenționale)	22	20
2.2.1. Principiul de lucru	22	20
2.2.2. Configurarea mașinilor unelte	24	22
2.2.3. Clasificarea mașinilor unelte	24	22
2.3. Mecanica prelucrării	24	22
2.3.1. Introducere	24	22
2.3.2. Standardizarea geometriei sculei	25	23
2.3.3. Conversia unghiurilor sculei de la un sistem la altul	28	25
2.3.4. Așchiera ortogonală și înclinată	29	25
2.4. Rstricții de așchiere (RCE)	30	26
2.4.1. Introducere	30	26
2.4.2. Efectul razei sculei	31	27
2.4.3. Efectul unghiului de înclinare	31	27
2.5. Mecanismul de formare a așchiei	32	27
2.5.1. Considerații generale	32	27
2.5.2. Geometria și caracteristicile așchiilor	33	28
2.6. Determinarea analitică a forțelor de așchiere	35	30
2.7. Temperatura dezvoltată în timpul așchierii	36	31
2.7.1. Considerații generale	36	31
2.7.2. Temperatura de așchiere și controlul ei	37	32
2.8. Mașini de frezat	38	32
2.8.1. Cinematica procesului de frezare	38	32
2.8.2. Cinematica mașinilor de frezat	39	33



	Teză	Rezumat
2.9. Dinamica frezării	40	34
2.10. Concluzii	42	34
<b>Capitolul 3 – Modele dinamice de frezare</b>	<b>43</b>	<b>34</b>
3.1. Modele dinamice. Considerații matematice	43	34
3.1.1. Aspecte generale	43	34
3.1.2. Reprezentarea în spațial stărilor	44	35
3.1.3. Transformata Laplace și funcția de transfer	45	35
3.2. Comportamentul dinamic al sistemelor mecanice	46	36
3.2.1. Sisteme cu un grad de libertate	46	36
3.2.2. Sisteme cu două grade de libertate	49	37
3.2.3. Calculul matricii $e^{At}$	53	38
3.3. Modele cu un grad de libertate	55	39
3.3.1. Modelul 1	55	39
3.3.2. Modelul 2	56	39
3.3.3. Modelul 3	57	40
3.4. Modele cu două grade de libertate	58	41
3.4.1. Modelul 1	58	41
3.4.2. Modelul 2	60	42
3.4.3. Modelul 3	61	43
3.4.4. Modelul 4	63	45
3.5. Concluzii	64	46
<b>Capitolul 4 – Autovibrațiile și stabilitatea</b>	<b>65</b>	<b>46</b>
4.1. Autovibrațiile (Chatter)	65	46
4.1.1. Introducere	65	46
4.1.2. Mecanismul de autovibrații	68	47
4.1.3. Parametrii vibrației de tip chatter	71	48
4.1.3.1. Coeficienții forței de tăiere	71	48
4.1.3.2. Influența parametrilor dinamici ai sistemului	71	48
4.1.3.3. Parametrii care influențează fenomenul chatter	72	48
4.1.3.4. Geometria sculei	73	49
4.2. Stabilitatea	73	49
4.2.1. Teoria stabilității în cazul prelucrării	73	49
4.2.2. Criterii de stabilitate	74	50
4.2.2.1. Considerații generale	74	50
4.2.2.2. Criteriul Routh-Hurwitz	76	52
4.2.2.3. Criteriul Nyquist	76	52
4.2.2.4. Conceptul Lyapunov de stabilitate	80	52
4.2.3. Stabilitatea procesului de aşchiere	81	53
	Teză	Rezumat



4.3. Concluzii	83	53
<b>Capitolul5 – Analiza dinamometrului de frezare și teste de frezare</b>	<b>84</b>	<b>54</b>
5.1. Considerații generale. Dinamometrul propus	84	54
5.2. Analiza statică a dinamometrului	88	54
5.2.1. Calculul analitic al rigidității inelului	89	55
5.2.2. Calculul rigidității cu ajutorul MEF	90	55
5.2.2.1. Rigiditatea axială a inelului	91	56
5.2.2.2. Rigiditatea transversal a inelului	91	56
5.2.3. Determinarea experimentală a rigidității statice a inelului	92	57
5.2.3.1 Măsurarea rigidității axiale	93	57
5.2.3.2. Rigiditatea transversală	96	58
5.3. Analiza modală a dinamometrului	99	58
5.3.1. Analiza modală analitică	99	58
5.3.2. Analiza modală experimentală	101	59
5.3.3 Analiza modală a inelelor	105	59
5.3.3.1. Analiza modală cu MEF	105	59
5.3.3.2. Analiza modală experimentală a inelului	108	59
5.3.4. Analiza modală a ansamblului dinamometru	111	61
5.3.4.1. Analiza modală a dinamometrului cu MEF	111	61
5.3.4.2. Analiza modală experimentală a dinamometrului folosind ciocanul de impact	113	62
5.3.4.3. Analiza modală experimentală a dinamometrului cu semnal aleator	122	65
5.4. Transmisibilitatea dinamometrului	130	68
5.4.1. Semnal de intrare aleator în directive longitudinală (direcția Ox),,	131	68
5.4.2. Semnal aleator transversal (direcția Oy)	132	
5.5. Analiza modală experimentală a sculei de tăiere folosind ciocanul de impact	136	70
5.5.1. Descrierea testului	136	70
5.5.2. Test în direcția de avans (Ox direction)	137	71
5.5.3. Teste pe direcția perpendiculară pe alimentare (direcția Oy)	139	71
5.6. Analiza modală a sculei cu MEF	141	72
5.6.1. Modelul cu elemente finite	141	72
5.6.2. Răspunsul în frecvență al sculei	144	73
5.7. Măsurarea forțelor de așchiere	146	74
5.8. Concluzii	165	76





<b>Capitolul 6 – Simularea comportamentului dinamometrului</b>	<b>166</b>	<b>77</b>
6.1. Introducere	166	77
6.2. Analiza dinamometrului ca system cu mase concentrate cu 3 grade de libertate	166	77
6.2.1. Modelul cu mase concentrate	166	77
6.2.2. Analiza mişcării plăcii superioare	167	78
6.2.3. Ecuatiile de mişcare	168	79
6.2.4. Analiza modală a dinamometrului ca system cu mase concentrate	170	80
6.2.5. Funcţia de răspuns în frecvenţă a sistemului	171	80
<b>Capitolul 7 Concluzii</b>	<b>172</b>	<b>82</b>
7.1. Consideraţii generale	172	82
7.2. Contribuţii personale	173	82
<b>Bibliografie (selectivă)</b>	<b>174</b>	<b>84</b>

## 1.1. Prezentare generală

În cadrul lucrării este prezentată o investigație a procesului tehnologic de frezare, fiind analizate aspecte de la elementele de bază ale procesului până la experimente. Având în vedere complexitatea procesului de frezare, este necesar să existe o abordare care pornește de la elementele de bază ale teoriei aşchierii, se continuă cu modelarea dinamică a procesului, fiind abordate aspecte legate de determinarea parametrilor de aşchiere și de verificare a noilor concepte enunțate.

În prezent, structurile prelucrate sunt realizate din materiale cu caracteristici tehnice ridicate, materialele fiind mult mai eficient utilizate obținându-se regimuri puternice de aşchiere. Aceste regimuri sunt mult mai susceptibile la apariția și dezvoltarea vibrațiilor mecanice cu amplitudini ridicate.

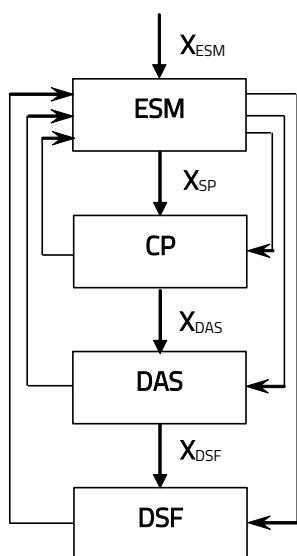


Figura 1.1 Block diagram of the machine tool [30]

Cele mai nefavorabile vibrații sunt cele generate de fenomenul de chatter, care acționează direct asupra întregului sistem dinamic de procesare, generând perturbații în funcționarea acestuia, precum și deteriorarea sa.

În timpul procesului de aşchiere, între unealtă și sistemul piesei de prelucrat, se dezvoltă o forță, definită ca „forță de aşchiere”. Mărimea acesteia depinde de regimul de aşchiere ales și de materialul piesei de prelucrat. Parametrii principali, menționați în toată literatura de specialitate, de care depinde mărimea forțelor de tăiere sunt: grosimea aşchii, lățimea aşchii, proprietățile mecanice ale materialului pieselor fabricate, geometria sculei etc.

Ca o concluzie, se poate evidenția faptul că, în timpul funcționării oricărei mașini-unelte, se poate dezvolta fenomenul de chatter, care are efecte negative legate de siguranța în funcționare a mașinii, precizia prelucrării și productivitatea proceselor tehnologice. Eliminarea lor necesită, pe de o parte, determinarea surselor și cauzelor lor și, pe de altă parte, analiza efectelor lor dinamice.

## 1.2. Obiectivele tezei de doctorat



Ca rezultat al celor de mai sus, prezenta teză și-a propus ca **obiectiv principal efectuarea unei analize a procesului de frezare din punct de vedere spectral**, luând în considerare toate elementele care contribuie la procesul de prelucrare.

Ca obiective secundare, având în vedere cel principal, au fost stabilite următoarele:

- Realizarea unei analize a procesului tehnologic de frezare și a principalilor parametri ai acestuia;
- Evaluarea cauzelor fenomenului de chatter;
- Realizarea unei sinteze a modelelor de frezare dezvoltate pentru evaluarea comportamentului dinamic în timpul procesului de frezare;
- proiectarea, calibrarea și analiza comportamentului dinamic al unui dinamometru cu traductoare de forță utilizate la măsurătorile de forță;
- Pentru a modela procesul de aşchiere cu FEM.
- 

### 1.3. Structura tezei de doctorat

Prezenta teză de doctorat cuprinde un număr de șapte capitole în care sunt dezbătute următoarele:

- **Capitolul 1 – Introducere**, conținând câteva observații despre prelucrare, în special despre frezare, și o scurtă prezentare a conceptului de abordare a comportamentului dinamic;
- **Capitolul 2 - Procesul de prelucrare. Procesul de frezare**, prezintă caracteristicile prelucrării și principalele aspecte privind procesul tehnologic de frezare;
- **Capitolul 3 - Modele de frezare**, conține o trecere în revistă a aspectelor teoretice legate de vibrațiile mecanice și reprezentare acestora în spațiul stărilor. Sunt descrise modele cu un grad de libertate și cu două grade de libertate folosite în analiza prelucrării prin frezare;
- **Capitolul 4 – Chatter și stabilitate**, se referă la cele două aspecte menționate. Sunt prezentate cauzele dezvoltării fenomenului de chatter și principalele aspecte teoretice legate de stabilitate;
- **Capitolul 5 - Proiectarea și testarea dinamometrului propus**, prezintă dinamometrul fizic propus ca variantă a tipurilor de dinamometre utilizate în activitățile de laborator. Sunt descrise testele efectuate pentru calibrarea statică și dinamică. Analizele se fac folosind relații analitice, teste fizice și modele cu elemente finite;
- **Capitolul 6 – Teste și simulări cu modele de mase concentrate**, se referă la datele de frezare obținute din prelucrarea a două bucăți de aluminiu și oțel aliat, simularea comportamentului dinamometrului de frezare ca model cu trei grade de libertate;
- **Capitolul 7 – Concluzii**, unde sunt prezentate principalele rezultate obținute, pe baza obiectivelor definite în Capitolul 1.



## Capitolul 2 – Cinematica și dinamica frezării

### 2.1. Aspecte generale privind fabricarea și prelucrarea

Fabricarea este un proces de adăugare de valoare care transformă materiile prime în produse semifinite sau finite. Procesul de fabricație poate avea mai multe aspecte și are loc în diferite faze, în funcție de rezultatul dorit. De exemplu, minereul de fier este lipsit de valoare dacă nu sunt îndepărtate toate impuritățile pentru a rămâne cu compoziția dorită de metale feroase. Cu toate acestea, valoarea metalului feros nu poate fi valorificată pe deplin până când nu trece printr-un proces suplimentar de adăugare a valorii pentru a produce produse utile.

Formarea este un termen care reprezintă o gamă largă de procese de fabricație în care nu se utilizează îndepărtarea materialului pentru obținerea geometriei dorite. Produsele solide cu parametri geometrici specifici sunt formate din materiale solide, lichide sau pulverulente. Materialul solid este deformat plastic pentru a se genera forma dorită, prin aplicarea unei forțe de tracțiune sau compresii care depășește rezistența la curgere a materialului [30].

Fabricarea regenerativă este cea mai recentă tehnologie de fabricație. Această nouă tehnologie nu și-a găsit încă drumul în fabricarea componentelor mecanice mari. Cu toate acestea, este un proces de fabricație compatibil cu software-urile CAD și CAM pentru prototipuri și scule rapide. Fabricarea regenerativă poate fi definită ca o tehnică de fabricare structurată, strat cu strat, din materii prime [31].

Procesul de fabricație prin îndepărtare de material este un termen utilizat pentru o gamă largă de procese de fabricație. Este procesul de utilizare a unui instrument pentru a îndepărta materialul din piesa de prelucrat folosind posibilitățile corespunzătoare ale mașinii unelte. Procesele de îndepărtare a materialelor pot fi clasificate în procedee convenționale de prelucrare și procedee neconvenționale de prelucrare.

### 2.2. Prelucrări clasice (convenționale)

#### 2.2.1. Principiul de lucru

Procesele convenționale de prelucrare joacă încă un rol important în procesul de fabricație până în prezent. Tendințele actuale ale tehnologiilor de fabricație se schimbă, dar principalii factori determinanți în producție sunt costul, fiabilitatea și calitatea optimă a produselor.

Prelucrarea tradițională s-a dovedit a fi metoda aleasă pentru prelucrări tehnologice de majoritatea producătorilor. În ciuda faptului că există o gamă largă de procese de prelucrare tradiționale, principalele elemente constitutive ale unui proces de prelucrare convențional rămân aceleași. În Figura 2.1 sunt prezentate cerințele unei operațiuni de prelucrare [12]. Pentru îndepărtarea materialului în timpul unei operații de prelucrare, trebuie să existe o mișcare relativă între unealtă și piesa de prelucrat.

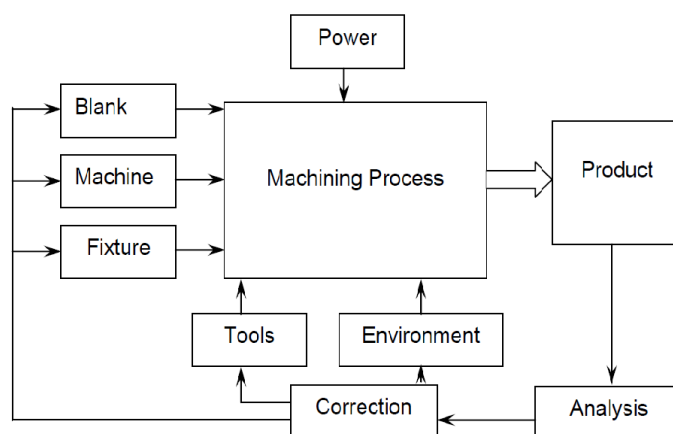


Figura 2.1 Requirements of a machining operation [32]

Mișcarea relativă va fi facilitată de cinematica componentelor mașinii, cu intervenție umană minimă sau deloc, în funcție de modelul mașinii. Figura 2.2 ilustrează procesul de generare a suprafețelor plane în care Generatrix (G) (notat cu o linie dreaptă) traversează perpendicular Directrix (D). Generatorul este o suprafață, un punct sau o curbă care generează un profil nou atunci când este deplasat de-a lungul unui traseu dat. Direcția este calea urmată de taxa de drum pentru a genera forma dorită. Combinația dintre generator și directrix va constitui mișcarea de tăiere [32], [89].

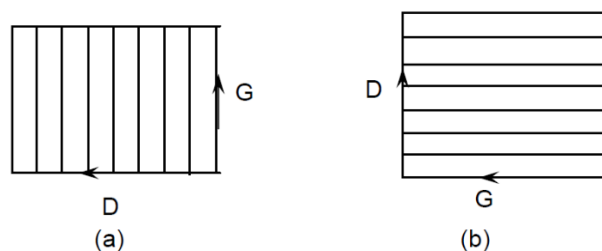


Figura 2.2 Generation of flat surfaces by Generatrix and Directrix [32]

Generatoarea și directoarea pot fi, de asemenea, independente de mișcarea de tăiere, așa cum este ilustrat în figura 2.3. Generatoarea este linia de contact dintre tășul sculei și suprafața de prelucrat, aceasta din urmă luând forma suprafeței tăietoare a sculei.

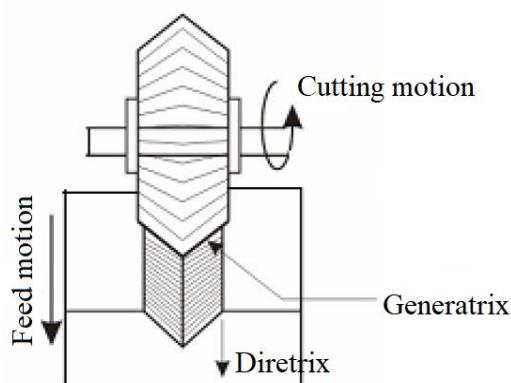


Figura 2.3: Tool-work motions in form milling [32].



## 2.2.2. Configurarea maşinilor unelte

Toate maşinile-unelte au configuraţii diferite, echipate cu componentele cele mai potrivite pentru funcţionalitatea lor. Configuraţiile de proiectare se bazează în principal pe cinematica maşinii necesară pentru ca aceasta să îşi poată îndeplini sarcina într-un mod economic, ergonomic şi uşor de utilizat, păstrând în acelaşi timp complexitatea maşinii la costuri minime [32], [89].

## 2.2.3. Clasificarea maşinilor unelte

Clasificarea maşinilor unelte este realizată în funcţie de aspectele tehnologice de prelucrare, definite şi ca tehnologie de grup. Tehnologia de grup poate fi clasificată, în linii mari, în 9 categorii majore în funcţie de dimensiune, nivel de precizie, număr de axe, direcţia axei majore, scopul utilizării, gradul de automatizare, tipul de semifabricat, tipul de automatizare şi configuraţie [32], [89].

Deşi pe baza tehnologiei de grup a fost realizată o clasificare largă a maşinilor, fiecare maşină păstrează caracteristici unice. Aceste caracteristici sunt utilizate de producători, comercianţi şi utilizatori pentru a identifica o anumită maşină. Specificaţii precum dimensiunea motorului principal, spaţiul ocupat de maşină, configuraţia maşinii şi gama de viteze ale axului sunt universale şi utilizate în mod obişnuit la majoritatea sculelor de prelucrare [32], [89].

## 2.3. Mecanica prelucrării

### 2.3.1. Introducere

Geometria şi materialul sculei de tăietoare joacă un rol important în obţinerea unei prelucrări eficiente şi la costuri mici. Există o serie de scule tăietoare disponibile, ceea ce face ca alegerea corectă a acestora să fie un proces important în timpul prelucrării. Sculele aşchietoare pot fi clasificate pe baza unui număr de puncte principale de tăiere, cum ar fi: tăierea într-un singur punct, în două puncte şi în mai multe puncte [8]. În figura 2.4 sunt prezentate cele mai importante unghiuri de tăiere ale majorităţii sculelor aşchietoare, care sunt unghiul de înclinare şi unghiul de degajare. Unghiul de înclinare ( $\gamma$ ) este unghiul dintre vârful sculei, măsurat pe partea laterală a fluxului de aşchii şi planul de referinţă. Unghiul pozitiv de înclinare asigură un flux de aşchii, minimizând frecarea dintre unelaltă şi aşchii care curg, minimizând în acelaşi timp forţa de prelucrare şi cerinţele de putere. Unghiul negativ de înclinare creşte durata de viaţă a sculei şi rezistenţa muchiei, în timp ce unghiul de înclinare zero reduce complexitatea proiectării şi fabricării sculei [42].

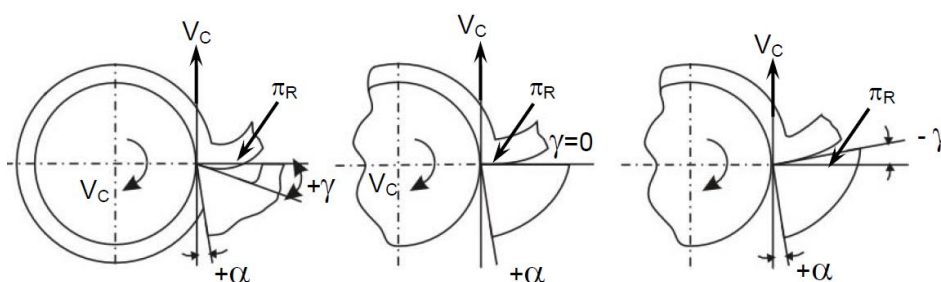


Figura 2.4 Three possible types of rake angles [42]

În funcție de scula tăietoare, unghiul de degajare este, de obicei, cuprins în intervalul  $30^\circ - 150^\circ$ , fiind întotdeauna pozitiv. Este unghiul dintre flancul sculei și suprafața mașinii, scopul său principal este de a evita frecarea între sculă și fața prelucrată, îmbunătățind astfel durata de viață a sculei, minimizând consumul de energie și menținând o calitate bună a suprafeței prelucrate [42], [117].

### 2.3.2. Standardizarea geometriei sculei

În practică, există diferite sisteme standardizate pentru a descrie geometria sculelor, fiecare sistem cu avantajele și dezavantajele sale. Geometria standardizată a sculei ajută la eficientizarea procesului de prelucrare, rentabilitatea și îmbunătățește calitatea generală a produsului. Pentru o sculă tăietoare într-un singur punct, sistemele de clasificare a geometriei utilizate în mod obișnuit sunt: sistemul de scule manuale, sistemul de referință al mașinii, sistemul Asociației Americane de Standarde (ASA), sistemul ortogonal (ORS) și sistemul normal de înclinare (NRS). Sistemul ASA, ORS și NRS utilizează trei planuri de referință pentru măsurarea diferitelor unghiuri ale sculei de tăiere [42], [169].

**Sistemul de referință ASA** - Planurile de referință ale sistemului ASA și coordonatele sunt alese pe baza orientării și axelor mașinii-unelte. În figura 2.5 sunt prezentate planurile utilizate pentru operațiile de întoarcere care sunt planuri de referință ( $\pi_R$ ), planul longitudinal al mașinii ( $\pi_X$ ) și planul transversal al mașinii-unelte ( $\pi_Y$ ). Planul ( $\pi_R$ ) este perpendicular la vectorul viteză, planul ( $\pi_X$ ) este planul perpendicular la planul ( $\pi_R$ ) de-a lungul direcției presupuse de avans longitudinal și ( $\pi_Y$ ) este perpendicular pe planurile ( $\pi_R$ ) și ( $\pi_X$ ). Sistemul ASA are avantaje limitate.

Axele  $x$ ,  $y$  și  $z$ -axis sunt în direcția avansului longitudinal, transversal și a vitezei de tăiere [E1, A2] (Figura 2.3).

În Figura 2.3 sunt făcute următoarele notații:  $\gamma_X$  este unghiul de așezare,  $\gamma_Y$  este unghiul de așezare pe direcția  $y$ ,  $\alpha_X$  este unghiul de degajare,  $\alpha_Y$  este unghiul de degajare pe direcția  $y$ ,  $\phi_S$  unghiul de atac,  $\phi_e$  este unghiul de tăiere, and  $r$  este raza de curbură al sculei.

**Orthogonal Rake System (ORS)** – face referire la planul de referință este ( $\pi_R$ ), planul de tăiere ( $\pi_C$ ) și planul orthogonal ( $\pi_O$ ) ca plane de referință pentru definirea unghiurilor sculei (Figurile 2.6 și 2.7 [169]). În Figurile 2.6 and 2.7 sunt făcute următoarele notații:  $\lambda$  este unghiul de înclinare,  $\gamma_O$  este

unghiul de degajare,  $\alpha_o$  este unghiul de aşezare,  $\alpha'_o$  este unghiul auxiliary de aşezare,  $\phi$  este unghiul principal de tăiere,  $\phi_1$  este unghiul auxiliary de tăiere.

**Normal Rake System (NRS) – planurile** din sistemul NRS nu sunt reciproc perpendiculare ceea ce le face să se diferențieze față de sistemele ASA și ORS. Când unghiul de înclinare ( $\lambda$ ) of the tool devine zero în sistemul ORS și NRS devin identice.

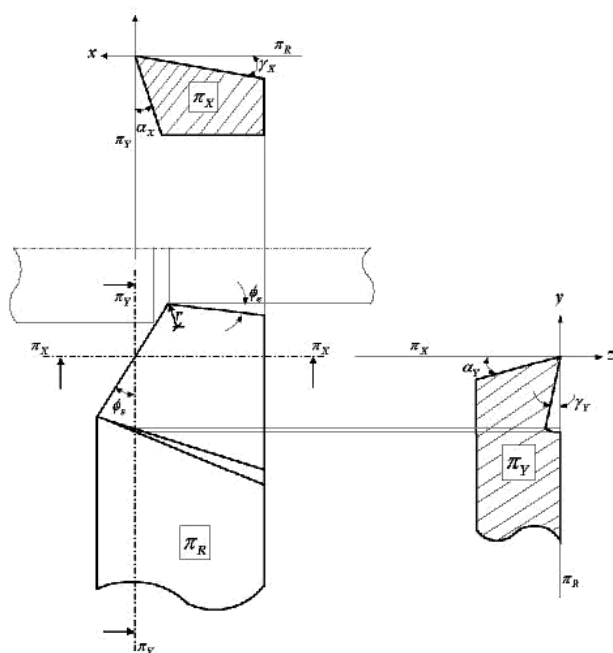


Figura 2.5 ASA system turning tool angles representation [169]

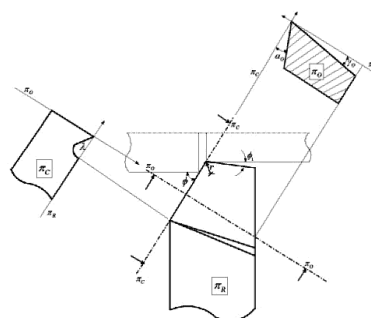


Figura 2.6 Representation of tool angles in ORS [A2].

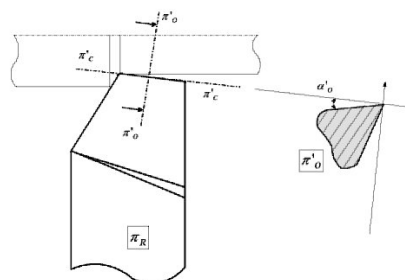


Figura 2.7 Representation of auxiliary plane angles in ORS [169]

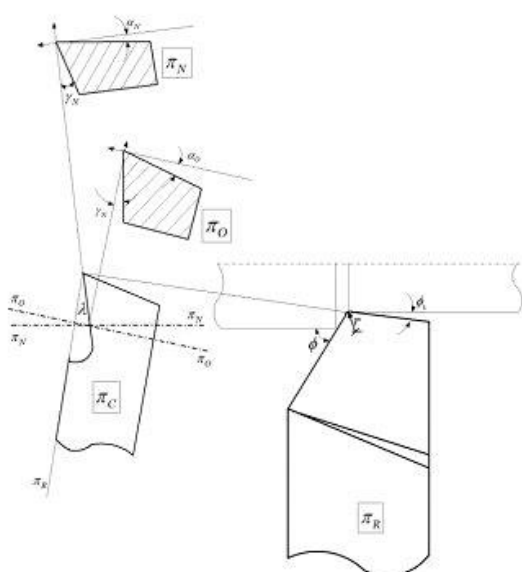


Figura 2.8 Turning tool angles in NRS [169]

Sistemul este folosit cu precădere pentru cercetare și analiză în prelucrare, aceasta nu dezvăluie adevărata geometrie a sculei atunci când  $\lambda=0$ , fiind necesare calcule suplimentare ale unghiurilor atunci când scula de aşchiere este remodelată. Pentru a depăși dezavantajele sistemului ASA sunt utilizate sistemele ORS și NRS. Figura 2.8 prezintă sistemul NRS în care unghiurile de înclinare și de degajare sunt observate din planul normal ( $\pi_N$ ). Planul orthogonal nu ia în considerare unghiul de înclinare ( $\lambda$ ) în timp ce axa normală a planului este ghidată de ( $\lambda$ ) [169]. În Figura 2.8 au fost făcute următoarele notații:  $\gamma_N$  - unghiul normal de degajare,  $\alpha_N$  - unghiul normal de degajare și  $\alpha'_N$  - unghiul de degajare auxiliar.



### 2.3.3. Conversia unghiurilor sculei de la un sistem la celălalt

Tool angles can be converted from one standardized system to another. This can be done to derive benefits of the various reference system, to improve understanding of the tool geometry, and to improve communication between two individuals using different reference systems. Mathematical methods of linear algebra, analytic geometry, vector analysis, and or graphical can be used for conversion depending on what method an individual is well versed in [169].

Este posibil să se facă conversia ASA și ORS și prin metoda grafică. Metoda grafică este simplă și rapidă și prin urmare este utilizată în mod obișnuit în conversia unghiurilor sculei de la ASA la ORS și invers. Liniile principale sunt desenate pentru suprafețele înclinate și libere, Figurile 2.9 și 2.10 prezintă conceptul de construcție a liniei principale pentru suprafața înclinată și, respectiv, suprafața liberă [169].

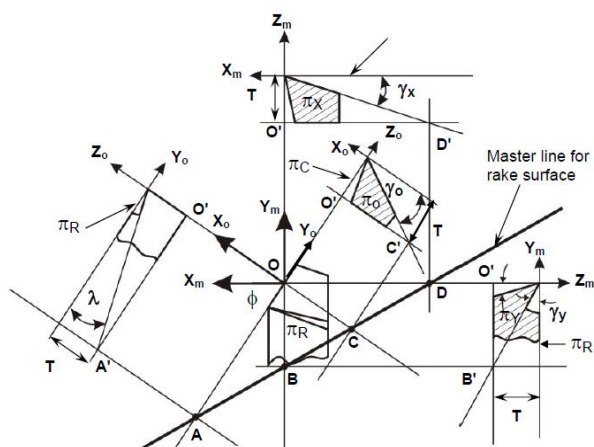


Figura 2.9 Master line for rake surface (with all rake angles: positive) [42]

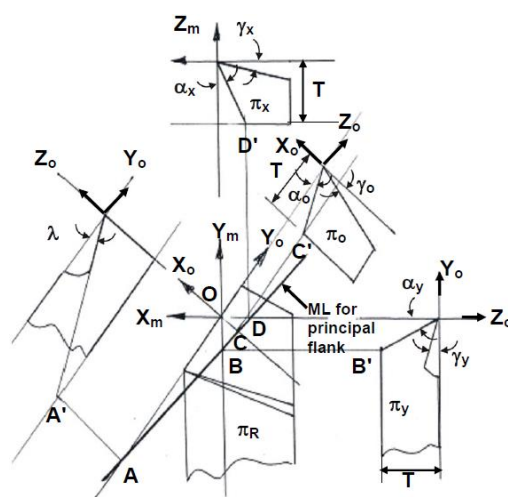


Figura 2.10 Master line of principal flank [42]

### 2.3.4. Așchiera ortogonală și înclinată

Toate procesele de îndepărtare a materialului din metal efectuate cu o sculă așchietoare cu un singur punct pot fi clasificate ca tăiere ortogonală și oblică. În cazul prelucrării normale (ortogonal) așchia curge de-a lungul planului ortogonal ( $\pi_o$ ), în timp ce în cazul așchierii oblice fluxul de așchii deviază de la planul ortogonal, așa cum este ilustrat în Figura 2.11. Factori precum raza vârfului sculei, existența unghiului de înclinare ( $\lambda$ ) și efectul de tăiere restricționat pot modifica direcția fluxului de așchii din planul ortogonal [8] [65], [83].

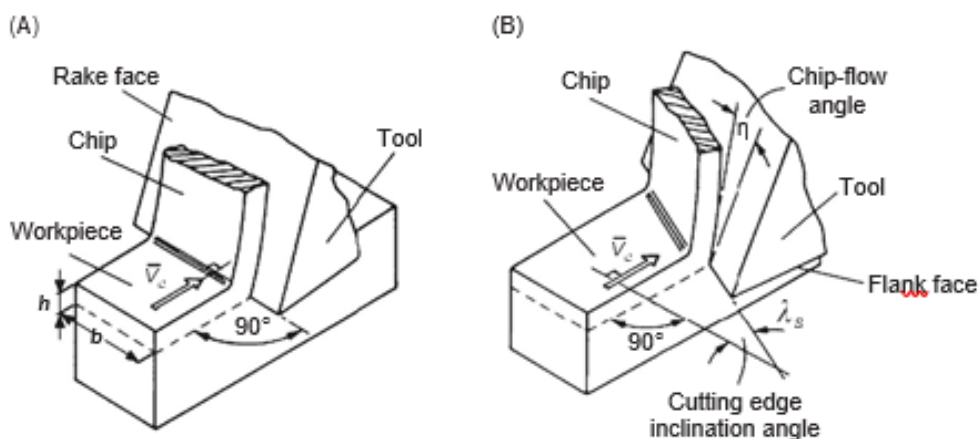


Figura 2.11 Geometries of orthogonal (A) and oblique cutting processes with straight cutting edge (B) [65] și [83]

## 2.4. Rstricții de aşchiere

### 2.4.1. Introducere

În timpul unei operații de prelucrare folosind o unealtă de tăiere într-un singur punct, muchia principal a sculei tăiere efectuează cea mai mare parte a tăierii. Nervura elicoidală lasă un volum mic de material netăiat și în funcție de unghiul de tăiere auxiliar ( $\phi_1$ ) și avansul ( $s_0$ ), muchia aşchietoare auxiliară poate fi, de asemenea, implicată în procesul de prelucrare, astfel cum se arată în Figura 2.12.

Viteza de aşchiere ( $v_A$ ) este orientată de-a lungul planului ortogonal în cazul în care efectul muchiei tăietoare auxiliare este neglijabil. Cu toate acestea, dacă efectul muchiei tăietoare auxiliare nu este neglijabil, viteza de aşchiere ( $v_A$ ) de la muchia tăietoare axilară va modifica direcția fluxului de aşchii ( $v_B$ ) spre direcția rezultată la un unghi  $\psi$ .

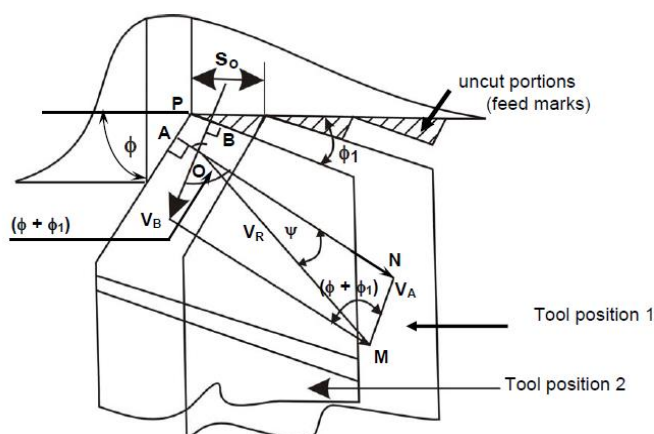


Figura 2.12 Chip flow deviation by Restricted Cutting Effect (RCE) [21].

## 2.4.2. Efectul razei sculei

Raza vârfului unei scule aşchietoare într-un singur punct se schimbă continuu de la zero pe muchia de tăiere a sculei pe măsură ce scula se uzează. O astfel de variație modifică unghiul de tăiere ( $\phi$ ), ceea ce va schimba semnificativ direcția fluxului de aşchii [65], [83].

## 2.4.3. Efectul unghiului de înclinare

Unghiul de deviere a fluxului de aşchii este afectat unghiul  $\lambda$  în absența RCE și a razei nasului sculei, așa cum se arată în Figura 2.12. Cu toate acestea, dacă RCE și raza nasului au o influență semnificativă asupra unghiului de deviere  $\phi_d$  a aşchii va fi:

$$\phi_d = \psi + \lambda . \quad (2.4)$$

În general, unghiul  $\psi$  este mic și ca urmare  $\phi_d \approx \lambda$  unde  $\lambda$  poate fi pozitiv sau negativ (Figura 2.13).

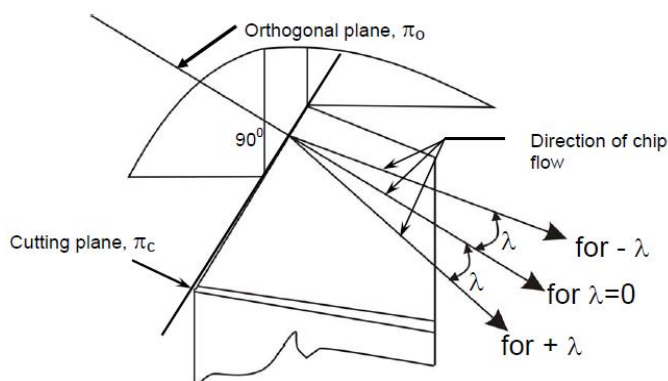


Figura 2.13 Role of inclination angle on chip flow direction [108].

Positive  $\lambda$  moves the tool chips away from the finished surface however it reduces tool tip mechanical strength, generates high temperature at the top tip, and increases vibrations due to an increase in transverse Force. Negative  $\lambda$  may improve tool life by reducing cutting temperature and increasing mechanical strength but might damage the surface finish [65] [83], [108].

În cazul unui unghi  $\lambda$  pozitiv aşchiile sunt îndepărtate de suprafața finisată. Un unghi  $\lambda$  pozitiv conduce la o reducere a rezistenței mecanice a vârfului sculei, generează temperaturi ridicate la vârful superior și crește vibrațiile datorită creșterii forței transversale. Un unghi  $\lambda$  negativ poate îmbunătăți durata de viață a sculei prin reducerea temperaturii de tăiere și creșterea rezistenței mecanice [65] [83], [108].

## 2.5. Mecanismul de formare a aşchii

### 2.5.1. Considerații generale

Există trei tipuri majore de aşchii formate în timpul unui proces de prelucrare: aşchii continue, îmbinate și discontinue [37], [60]. În timpul prelucrării, muchia sculei de tăiere este supusă unor forțe

de compresie din toate părțile. Compresiunea duce la dezvoltarea unui fenomen de forfecare (rupere) în regiunea de tăiere și deformare a aşchiei. Această deformare, prin forfecare, este ceea ce se numește procesul de tăiere, odată ce presa de tăiere este finalizată, forțele de compresie din zona de tăiere se diminuează din cauza lipsei de rezistență pe măsură ce se formează o nouă zonă de tăiere.

În Figura 2.14 se prezintă o ilustrare a procesului de tăiere în cazul unei scule într-un singur punct, aşchia formată se deplasează de-a lungul suprafeței greblei, în timp ce scula tăietoare se deplasează în direcția de avans, astfel încât forța de forfecare nu va mai avea niciun efect asupra aşchiilor produse. Materialele ductile produc de obicei aşchii curbate, plate și continue pentru procesele de potrivire neintermitente [37], [89].

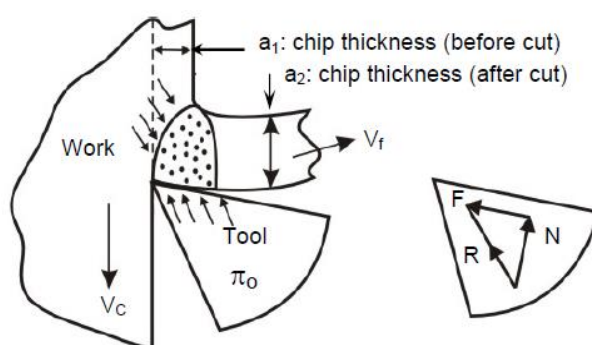


Figura 2.14 Compression of work material (layer) ahead of the tooltip [37].

La prelucrarea materialelor fragile, aşchiile produse sunt în mare parte discontinue și au forme și dimensiuni neregulate. În Figura 2.15 se ilustrează dezvoltarea și propagarea fisurilor la vârful sculei. Odată ce se inițiază rupeerea, fisurile se propagă din cauza tensiunii, urmând calea celei mai mici rezistențe, rezultând astfel producerea de aşchii discontinue de forme și dimensiuni neregulate.

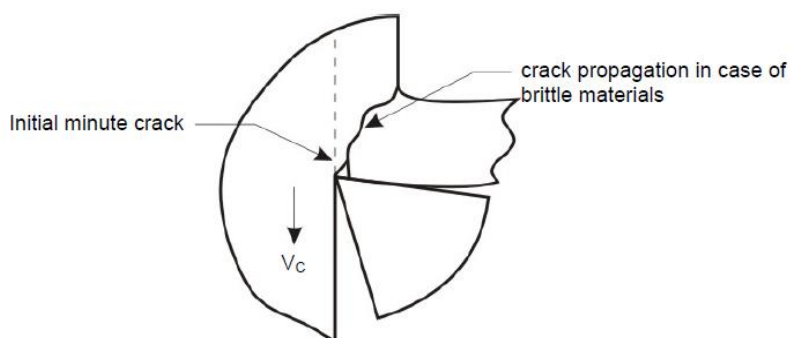


Figura 2.15 Development and propagation of crack causing chip separation [37]

## 2.5.2. Geometria și caracteristicile aşchiilor

Formarea aşchiilor la prelucrarea materialelor ductile urmează întotdeauna un model geometric distinct. Prin evaluarea unor astfel de modele geometrice, se poate finaliza o analiză calitativă și cantitativă. Forțele de tăiere și necesarul de energie pentru un anumit proces de prelucrare pot fi determinate prin analiza cantitativă a formării aşchiilor. Majoritatea materialelor

imită comportamentul materialului ductil în zona de tăiere, astfel încât analiza cantitativă și modelele pot fi aplicate universal majorității proceselor de prelucrare. Figura 2.16 ilustrează diagrama schematică a parametrilor geometrici pentru formarea continuă a așchiilor în zona de tăiere, unde  $a_1$  și  $a_2$  reprezintă grosimea așchii netăiate și, respectiv, grosimea așchii. De obicei, grosimea așchii este mai mare decât grosimea așchiului netăiat.

Acest comportament poate fi atribuit unei multitudini de factori, cum ar fi rezistența la frecare a fluxului de așchii, forțele de compresie din zona de tăiere și planul de forfecare. În figura 2.16 s-au făcut următoarele notații:  $t$  - adâncimea de tăiere (mm),  $b_1$  - lățimea de așchiere (mm),  $b_2$  - lățimea așchii după tăiere (mm),  $A_1$  - secțiunea transversală a așchii după tăiere ( $mm^2$ ). Relația de îngroșare a așchii este:

$$\eta = \frac{a_1}{a_2} > 1 \quad (2.5)$$

unde:  $\eta$  este coeficientul de reducere.

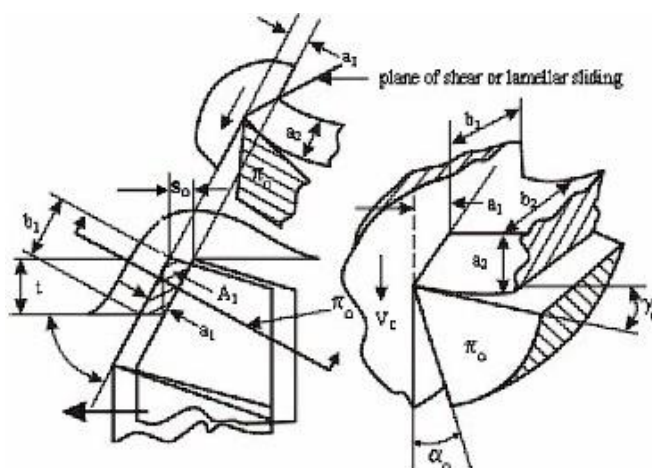


Figura 2.16 Geometrical features of continuous chips formation [21]

Valoarea lui  $\eta$  este un indicator al forței de așchiere și a cerințelor energetice legate de așchiere. O valoare mare a lui  $\eta$  indică faptul că este necesară o cantitate mai mare de energie, astfel, este extrem de important să se minimizeze valorile  $a_2$  sau  $\eta$  pentru o productivitate optimă. Reducerea coeficientului  $\eta$  este dependent de unghiul de așezare ( $\gamma$ ) și de coeficientul de frecare dintre sculă și materialul piesei prelucrate ( $\mu$ ). Ca urmare, coeficientul poate fi exprimat și prin relația:

$$\eta = e^{\mu \left( \frac{\pi}{2} - \gamma_0 \right)} \quad (2.6)$$

În timpul procesului de prelucrare a materialelor ductile, s-a observat că direcția fluxului de așchii se schimbă. Această schimbare apare ca urmare a direcției vitezei de tăiere ( $v_c$ ) raportată la unghiul de forfecare ( $\beta_0$ ), în direcția suprafeței de înclinare a sculei (planul de forfecare), așa cum este prezentat în Figura 2.18. Valoarea unghiului  $\beta_0$  depinde de unghiul  $\gamma_0$ :

$$\beta_0 = \tan^{-1} \left( \frac{\cos \gamma_0}{\eta - \sin \gamma_0} \right) \quad (2.7)$$

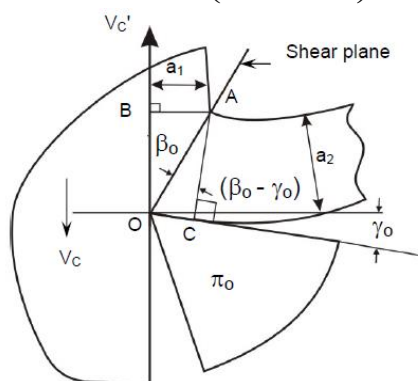


Figura 2.18 Shear plane and angle during chip formation [36].

## 2.6. Determinarea analitică a forțelor de așchiere

Modelele de forțe de tăiere le permit cercetătorilor, proiectanților și utilizatorilor să estimeze consumul de energie în timpul tăierii, să analizeze și să optimizeze structura de proiectare a mașinilor, să îmbunătățească eficiența prelucrării, să monitorizeze stabilitatea prelucrării și să monitorizeze starea.

Sculele așchietoare pot fi clasificate în două categorii: scule de tăiere cu un singur punct și scule de tăiere cu mai multe puncte. Astfel, modelele analitice pentru forțele de tăiere trebuie să ia în considerare tipul sculei și geometria sculei.

Determinarea parametrilor în timpul procesului de prelucrare trebuie să ia în considerare mai mulți factori pentru rezultate precise. Variabilele fizice precum forțele de tăiere și temperatura sunt greu de obținut direct în timpul procesului, astfel încât amplitudinea valorilor lor poate fi observată doar prin efectele lor. În Figura 2.19 se prezintă o diagramă schematică pentru o metodă generală de măsurare.

În general, sunt utilizate trei metode de bază pentru a determina forțele de tăiere. Aceste metode sunt: deformările generate de forțele de așchiere, evaluarea deformării elastice pe piesa de prelucrat și măsurarea presiunii dezvoltate în timpul procesului de prelucrare. Procesul de măsurare urmează un flux general, așa cum este ilustrat în Figura 2.19. Cu toate acestea, există diferențe în funcție de specificul fiecărui proces de prelucrare, în funcție de tipul de traductoare utilizate și de alte echipamente de achiziție de date disponibile. Măsurătorile mecanice ale deformării sculei pot fi efectuate, de asemenea, folosind extensometre. Traductoarele de tip capacitiv pot fi, de asemenea, utilizate pentru a determina deviația.

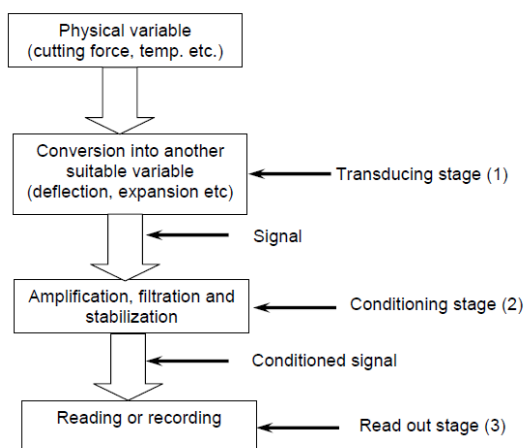


Figura 2.19 General principle of measurement [151]

Traductoarele de tip capacitiv sunt potrivite atât pentru măsurători statice, cât și pentru cele dinamice, răspunsul unui traductor de tip capacitiv produce o tensiune direct proporțională cu forța aplicată și nu este necesară calibrarea, deoarece în majoritatea cazurilor sunt calibrate de producător [28].

## 2.7. Temperatura dezvoltată în timpul aşchierii

### 2.7.1. Considerații generale

În timpul procesului de aşchiere are loc un fenomen de generare a unei temperaturi ridicate. Aceasta poate afecta procesul de tăiere prin creșterea uzurii sculei. În Figura 2.20 se indică zonele în care se generează căldură, aceste surse sunt: zona de forfecare primară (1), zona de deformare secundară (2) și flancurile uzate (3).

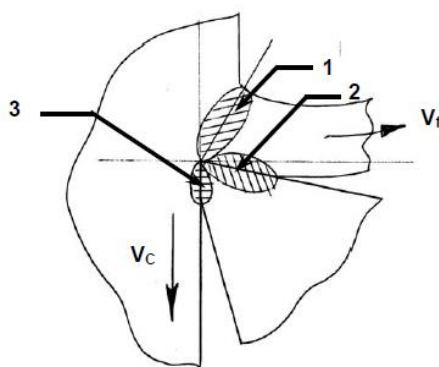


Figura 2.20 Zones of heat generation in machining [21]

Temperaturile ridicate dezvoltate în timpul procesului de aşchiere au un efect semnificativ asupra procesului de prelucrare. O cantitate mai mare din căldura generată este concentrată pe aşchie datorită dimensiunii și poziției sale.



Temperatura ridicată de prelucrare poate cauza inexactitate dimensională, deteriorarea suprafeței piesei de prelucrat și microfisuri subterane din cauza tensiunii reziduale. În plus, temperaturile ridicate pot cauza uzura rapidă a sculei și pot deteriora muchia sculei de tăiere din cauza fracturii sau deformării plastice.

### **2.7.2. Temperatura de aşchiere și controlul ei**

Impactul temperaturii de tăiere asupra sculelor de tăiere și componentelor mașinii a fost cercetat pe larg și recunoscut pe scară largă. Pentru a minimiza aceste efecte, este important să controlăm și să optimizăm temperaturile de tăiere, menținând în același timp productivitatea și calitatea produsului. Optimizarea temperaturii de tăiere poate fi realizată prin selectarea corectă a parametrilor de prelucrare, o bună selecție a sculelor de tăiere și utilizarea fluidului de tăiere corect [23], [88].

Fluidele folosite în aşchiere acționează atât ca lichid de răcire, cât și ca lubrifiant, astfel încât selectarea corectă a fluidului de tăiere este de cea mai mare importanță în operațiunile de prelucrare. Când fluidul de tăiere este aplicat pe zona de tăiere, acesta elimină căldura generată de procesele de tăiere, oferind astfel un efect de răcire. Mai mult, asigură lubrifiere la interfața aşchii-uneltă și ajută la îndepărtarea aşchiilor din zona de tăiere. Proprietățile fluidului de tăiere selectat trebuie să aibă un efect de lubrifiere, un efect de răcire și stabilitate chimică pentru a nu deteriora echipamentul [46], [88].

## **2.8. Mașini de frezat**

### **2.8.1. Cinematica procesului de frezare**

Mașinile de frezat sunt una dintre cele mai comune instrumente de producție utilizate în scopuri de producție. Versatilitatea mașinilor de frezat le face ideale pentru producerea de geometrii complexe, cum ar fi suprafețele de revoluție, suprafețele elicoidale și suprafețele conturate. În timpul operației de frezare, unealta se rotește, în timp ce piesele de prelucrat are mișcare de avans cu o viteză prestabilită.

Direcția de rotație a sculei de frezat, în raport cu direcția de avans, determină natura operației de frezare. Frezarea în sensul invers avansului, caz în care piesa de prelucrat se deplasează în sens opus sensului de rotire al sculei de tăiere. Această operație generează o forță ascendentă, astfel încât este nevoie de un suport mai puternic pentru a menține piesa de prelucrat pe loc.

Frezarea în sensul avansului, caz în care avansul piesei este în același sens cu sensul de rotire al sculei. Prin urmare, unealta de tăiere tinde să se autoalimenteze, astfel încât este necesar un sistem șurub-piuliță fără joc pentru a menține o rată de avans constantă. Clasificarea mașinilor de frezat se poate baza pe scopurile de utilizare, orientarea axului, nivelul de automatizare și cinematica mașinii [23].



## 2.8.2. Cinematica maşinilor de frezat

Sistemul cinematic al maşinii de frezat (Figura 2.21) este o configuraţie inginerescă complexă, cu mai multe mecanisme care permit mişcări precise între părţi pentru a asigura operaţiuni fără probleme. Mişcarea este transmisă de la motorul electric printr-o serie de angrenaje, curele şi scripete către diferite componente ale maşinii.

În funcţie de modelul şi caracteristicile maşinii, unele maşini de frezat necesită, de asemenea, aport uman pentru a muta unele piese pentru o funcţionare fără probleme. Cu toate acestea, noile maşini de frezat au un sistem cinematic mai avansat şi mai complex, deoarece un singur motor poate antrena toate componentele necesare, inclusiv alimentarea automată şi înclinarea şi rotaţia mesei. Diagrama cinematică a unei maşini de frezat orizontală este prezentată în Figura 2.21, maşina are trei mişcări de avans în direcţiile X, Y şi Z.

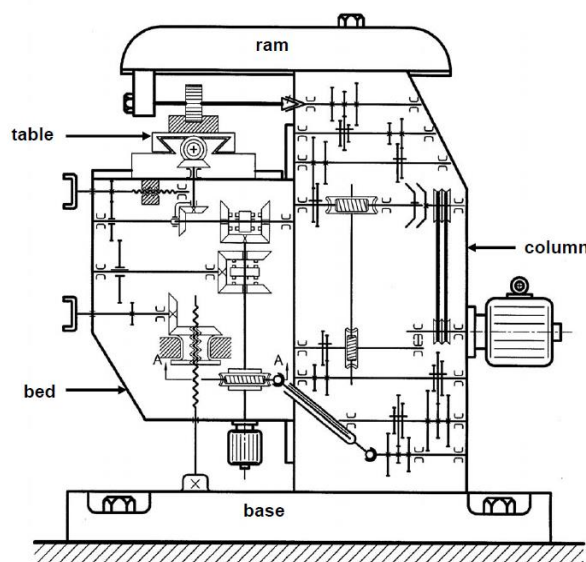


Figura 2.21 Kinematic diagram of a horizontal milling machine [21]

The diagram also shows a separate small motor for fast traverse of the bed and Tabel with an overrunning clutch. During the low rates of operation, the concept of rotation is transmitted from the worm to the inner shaft through three equally spaced rollers which, on revolving, wedge themselves into the tapering passage from the worm and the worm wheel. The shaft is directly driven by the motor during rapid travel for operations that do not require cutting, and it does not engage or brake the worm. It is possible to use a longer arbor by extending the over-arm. The base of the milling machine is positively grouted to the floor or foundation made of concrete. [21].

Diagrama prezintă, de asemenea, un mic motor separat pentru trecerea rapidă a patului şi a mesei cu un ambreiaj de rulare. În timpul vitezei reduse de funcţionare, conceptul de rotaţie este transmis de la melcat la arborele interior prin trei role egal distanţate care, la rotire, se încadrează în pasajul conic de la melc şi roata melc. Arborele este antrenat direct de motor în timpul deplasării rapide pentru operaţiuni care nu necesită tăiere şi nu cuplează sau frânează melcul. Este posibil să utilizaţi un arbore mai lung prin extinderea suprabraţului. Baza maşinii de frezat este cituită pozitiv pe podeaua sau fundaţia din beton [21].

## 2.9. Dinamica frezării

Pentru a genera o suprafață, trebuie creată o mișcare relativă între sculă și piesa de prelucrat, care este definită de o serie de mărimi cinematice precum viteza de aşchiere, viteza de avans, adâncime de aşchiere etc. În dinamica operațiilor de prelucrare, parametri variabili sunt considerați a fi funcții de timp. În consecință, procesul de tăiere trebuie considerat ca un sistem dinamic multivariabil. Prin urmare, sistemul procesului de tăiere va fi pe deplin înțeles atunci când este cunoscută funcția de transfer a mașinii..

Analiza dinamica operațiilor de frezare este realizată în domeniul timpului fiind analizată stabilitatea procesului, care separă combinațiile stabile și instabile ale vitezei axului și adâncimii de aşchiere prin aplicarea unei metrice de stabilitate bazată pe eşantionare periodică.

Simularea în domeniul timpului este un astfel de instrument care ajută la rezolvarea ecuațiilor de întârziere ale mișcării pentru procesele de frezare în incrementele mici [38]. Această tehnică este destul de adecvată pentru simularea dinamicii de frezare, cum ar fi neliniaritățile cauzate de decuplarea dinților ca urmare a vibrațiilor ridicate și a geometriilor complexe ale sculelor. Diagramele lobilor de stabilitate grafică de obicei adâncimea axială maximă de tăiere pe axa verticală în funcție de viteza axului de-a lungul axei orizontale [131].

## 2.10. Concluzii

Din analiza celor de mai sus rezultă că modelarea prelucrării tehnologice de frezare presupune definirea mai multor parametri legați de: viteza de aşchiere, adâncimea de aşchiere, avansul de aşchiere, forța și puterea de aşchiere etc.

Definiția completă a procesului de tăiere este una complexă. Din cele prezentate în acest capitol rezultă că determinarea forțelor de tăiere poate fi efectuată în mai multe moduri. Unul dintre acestea este folosirea unor dispozitive speciale, numite dinamometre, care funcționează ținând cont de elasticitatea lor și, implicit, de deformabilitatea lor. Practic, este o legătură între rigiditatea lor și forțele care apar.

## Capitolul 3 – Modele dinamice de frezare

### 3.1. Modele dinamice. Considerații matematice

#### 3.1.1. Aspecte generale

Comportamentul oricărui sistem dinamic poate fi descris în multe feluri. Unul dintre acestea este reprezentarea așa-numită „diagrama bloc” în care sunt evidențiate principalele componente ale procesului, cum ar fi: mărimile de intrare și de ieșire ale oricărui proces dinamic, factori perturbatori, conexiuni etc. În general, o „diagrama bloc” este descris folosind așa-numita „cutie neagră” (Figura 3.1).

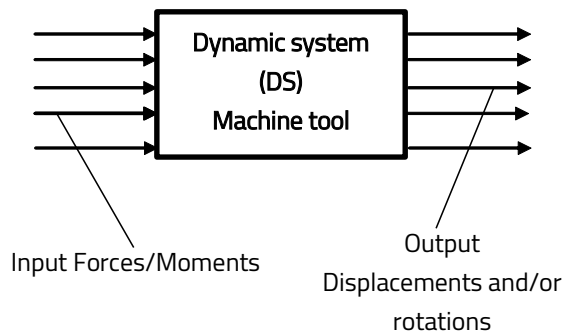


Figura 3.1 General block diagram representation

Între valorile de intrare/ieşire şi factorii perturbatori pot fi definite relaţii care evidenţiază dependenţele de timp:

$$\begin{cases} \phi_1(x_i, x_e, t) = \phi_1(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{is}, x_{e1}, x_{e2}, \dots, x_{eq}, t) = 0, \\ \vdots \\ \phi_r(x_i, x_e, t) = \phi_r(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{is}, x_{e1}, x_{e2}, \dots, x_{eq}, t) = 0. \end{cases} \quad (3.1)$$

Mărimile de intrare şi ieşire din form (3.1) pot fi reprezentate sub formă vectorială:

$$\mathbf{X}_i(t) = \begin{Bmatrix} x_{i1}(t) \\ \vdots \\ x_{is}(t) \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{X}_e(t) = \begin{Bmatrix} x_{e1}(t) \\ \vdots \\ x_{eq}(t) \end{Bmatrix}, \quad (3.2)$$

iar legătura dintre ele se poate face cu o matrice care are o formă conformă cu numărul de componente din vectori descrişi de (3.2).

### 3.1.2. Reprezentarea în spaţial stărilor

Considerând setul de ecuaţii (3.1) şi vectorul de stare comportamentul dynamic al sistemului mecanic poate fi descries în termeni matriceali, cu ajutorul matricelor  $\mathbf{A}$  şi  $\mathbf{B}$  asociate ecuaţiilor de stare. Ecuaţiile de stare reprezintă un set de ecuaţii care fac legătura dintre mărimile de intrare şi cele de ieşire. Ecuaţiile de stare reprezintă un set de ecuaţii care leagă orice variabile de ieşire de interes. Aceste variabile de ieşire sunt definite de matricile  $\mathbf{Q}$  şi  $\mathbf{D}$ :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{U}, \\ \mathbf{Y} = \mathbf{D}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{U}, \end{cases} \quad (3.4)$$

unde  $\mathbf{U}$  este vectorul intrărilor.

### 3.1.3. Transformata Laplace şi funcţia de transfer

Transformările Laplace oferă o metodă rapidă şi utilă pentru reprezentarea şi analiza comportamentului dinamic al sistemului mecanic. Folosind transformata Laplace, practic, ecuaţiile diferenţiale sunt transformate în ecuaţii algebrice liniare. Găsind soluţia ecuaţiei algebrice se poate obţine soluţia ecuaţiei diferenţiale folosind transformata Laplace inversă. Transformata Laplace a unei variabile dependent de timp  $y(t)$ , este  $Y(s)$  şi este data de [30]:

$$\mathcal{F}\{y(t)\} = \int_{t=0}^{\infty} y(t)e^{-st} dt = Y(s), \quad (3.5)$$

unde  $s$  este variabila, de formă complex,  $s = a + jb$ , cu  $a$  și  $b$  numere reale.

Luând în considerare proprietățile transformării Laplace, o ecuație diferențială obișnuită de ordinul doi, cu condiția inițială zero se poate exprima astfel:

$$\mathcal{F}\left\{a \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + b \frac{dy(t)}{dt} + c y(t)\right\} \Rightarrow (as^2 + bs + c)Y(s) = U(s), \quad (3.6)$$

unde  $U(s)$  este transformata Laplace a lui  $U(t)$ .

Raportul dintre transformata Laplace a mărimii de ieșire și cea a mărimii intrare [128]

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{as^2 + bs + c}, \quad (3.7)$$

este definite ca funcție de transfer.

### 3.2. Comportamentul dinamic al sistemelor mecanice

Sistemele mecanice sunt definite ca sisteme în timp continuu sau liniar invariant în timp (LTI) sau sisteme cu intrare-ieșire. Analiza sistemelor mecanice se poate face luând în considerare trei tipuri de trei tipuri de modele:

- modele cu mase concentrate;
- modele continue;
- modele descrise cu metoda elementelor finite (MEF).

#### 3.2.1. Sisteme cu un grad de libertate

În acest caz, sistemul mecanic este format dintr-un element de inerție (masă sau volant), un amortizor și un element elastic. Cel mai simplu model este prezentat în Figura 3.2.

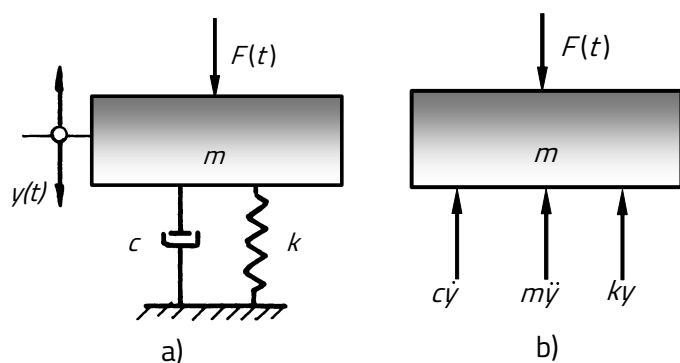


Figura 3.2 Sistem cu 1 grad de libertate : a) modelul fizic;  
b) diagram de forțe

Componenta de amortizare constă într-un amortizor vâscos și care se caracterizează prin constanta de amortizare  $c [Ns/m]$ , un element elastic linear care are o constantă de elasticitate  $k [N/m]$  și un element inertial definit de masa  $m [kg]$ .

Ecuția de mișcare este:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t). \quad (3.10)$$

Studiul sistemelor cu un grad de libertate implică două aspect diferite:

- regimul liber – în acest caz  $F(t) = 0$  și ecuația de mișcare (3.10) devine:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0. \quad (3.11)$$

b) regimul forţat – în acest caz studiul comportamentului dinamic se face folosind ecuaţia de mişcare (3.10) care poate fi rescrisă sub forma:

$$\ddot{y} + 2\zeta\omega_n\dot{y} + \omega_n^2y = \frac{F(t)}{m} \quad (3.17)$$

### 3.2.2. Sisteme cu două grade de libertate

Aspectele despre comportamentul dinamic al sistemelor cu două grade de libertate sunt prezentate având în vedere modelul din Figura 3.4.

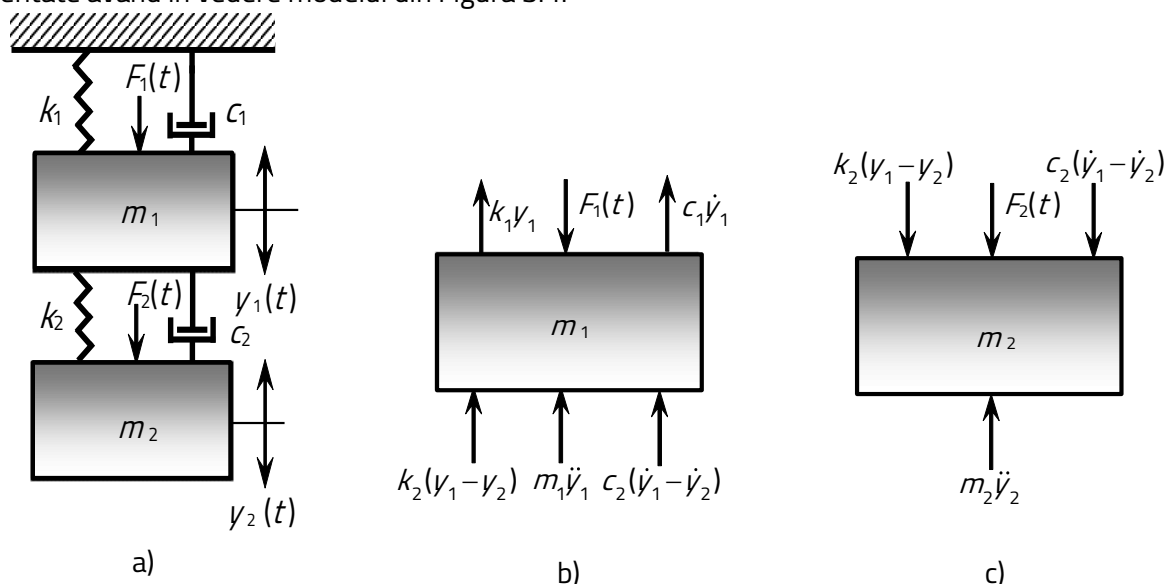


Figura 3.4 Sistem cu două grade de libertate: a) modelul fizic; b) diagrama de forţe pentru masa  $m_1$ ; c) diagrama de forţe pentru masa  $m_2$  [128]

Ecuaţia mişcării poate fi scrisă luând în considerare una dintre metodele prezentate în Mecanică, iar pentru modelul considerat sunt:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1+c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{y}_1(t) \\ \dot{y}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

sau

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.32)$$

#### A) Regimul liber

În acest caz, ca şi în cazul sistemelor cu un grad de libertate, sunt considerate două subcazuri distincte: fără şi cu amortizare. Când amortizarea este neglijată, ecuaţiile de mişcare (3.31) devin:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

cu soluţiile:

$$\begin{cases} y_{11} = A_1 \sin(\omega_n t + \phi), \\ y_{12} = A_2 \sin(\omega_n t + \phi), \end{cases} \quad (3.34)$$

## B) Regimul forţat

### B1) Sisteme dinamice neamortizate

În acest caz ecuaţiile de mişcare (3.31) devin:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{y}_1(t) \\ \ddot{y}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}, \quad (3.45)$$

Şi considerând forţele de forma

$$\begin{cases} F_1(t) = F_{10} \sin \omega t, \\ F_2(t) = F_{20} \sin \omega t, \end{cases} \quad (3.46)$$

Şi răspunsul de forma:

$$\begin{cases} y_1(t) = y_{f10} \sin \omega t, \\ y_2(t) = y_{f20} \sin \omega t, \end{cases} \quad (3.47)$$

Ecuaţia de mişcare devine:

$$[-\omega \mathbf{M} + \mathbf{K}] \mathbf{Y}_{f0} \sin \omega t = \mathbf{F}_0 \sin \omega t, \quad (3.48)$$

### B2) Sistem mecanice amortizate

În acest caz, ecuaţia mişcării are forma dată de (3.32). Înmulţirea la stânga cu inversul matricei de masă,  $\mathbf{M}^{-1}$ , ecuaţia de mişcare devine:

$$\ddot{\mathbf{Y}}(t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \dot{\mathbf{Y}}(t) - \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{Y}(t) + \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}(t) \quad (3.51)$$

Ca vectpor de stare se alege:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{Y}(t) \\ \dot{\mathbf{Y}}(t) \end{Bmatrix}^T, \quad (3.52)$$

şi considerând (3.51) se poate scrie:  $\dot{\mathbf{X}} = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}(t) \\ \ddot{\mathbf{Y}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{Y}(t) \\ \dot{\mathbf{Y}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{F}$ , (3.53)

unde  $\mathbf{I}$  reprezintă matricea identică şi  $\mathbf{0}$  este matricea nulă.

Răspunsul total al sistemului mecanic este:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{D} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{X}(0) + \int_0^t \mathbf{D} e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{F}(\tau) d\tau = \mathbf{D} e^{\mathbf{A}t} \left[ \mathbf{X}(0) + \int_0^t e^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \mathbf{F}(\tau) d\tau \right]. \quad (3.62)$$

În (3.62) se regăsesc două componente:

- răspunsul liber:  $\mathbf{Y}_l = \mathbf{D} e^{\mathbf{A}t} \mathbf{X}(0); \quad (3.63)$

- răspunsul forţat:  $\mathbf{Y}_f = \int_0^t \mathbf{D} e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{F}(\tau) d\tau. \quad (3.64)$

### 3.2.3. Calculul matricei $e^{\mathbf{A}t}$

Se cunosc diferite metode de calcul ale matricei de tranziţie  $e^{\mathbf{A}t}$ . Una dintre aceste posibilităţi este folosirea relaţiei Cauchy se întâlnesc în teoria funcţiilor complexe. În [30] este prezentată următoarea demonstraţie. Se consideră o funcţie analitică de variabilă complexă  $f(s)$ , într-n spaţiu simplu conex  $\mathfrak{S}$ . Dacă  $s=s_0$  este un punct situate pe curbele  $\Gamma$ , cuprinse în domeniul considerat, conform relaţiei Cauchy se poate scrie următoarea relaţie:

$$f(s_0) = \frac{1}{2j\pi} \oint_{\Gamma} \frac{f(s)}{s-s_0} ds = \frac{1}{2j\pi} \oint_{\Gamma} \eta(s) ds, \quad (3.65)$$

unde  $j = \sqrt{-1}$ .

### 3.3. Modele cu un grad de libertate

#### 3.3.1. Modelul 1

Modelele cu un grad de libertate sunt cele mai simple. În [77] este prezentat un model cu un grad de libertate în care piesa de prelucrat este considerată flexibilă, în direcția de avans, iar unealta este considerată a fi una rigidă (Figura 3.6). Ecuația mișcării scrisă în termeni de parametri modali este:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = -F_x(t), \quad (3.74)$$

unde:  $m$  este masa,  $c$  este amortizarea,  $k$  este rigiditatea și  $F_x(t)$  reprezintă forța de tăiere în direcția "x".

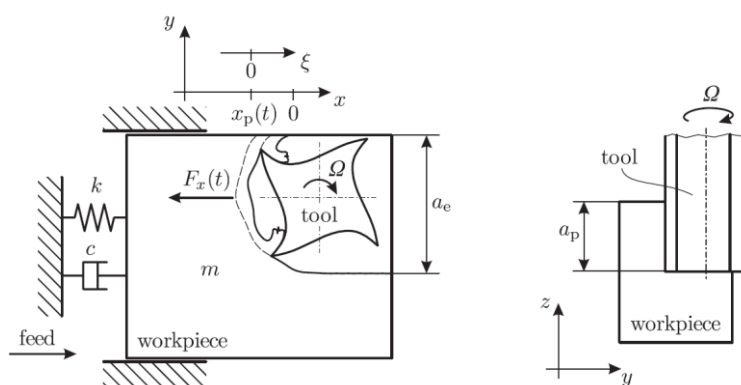


Figura 3.6 Sistem cu un grad de libertate [77]

Considerând faptul că scula are un număr de "z" dinți, componentele în direcțiile radială ("r") și tangențială ("t") ale forței de așchiere, pe fiecare dinte se definesc forțele:

$$\begin{cases} F_{i,r}(t) = g_i(t) \cdot K_r \cdot a_p \cdot h_i^q(t), \\ F_{i,t}(t) = g_i(t) \cdot K_t \cdot a_p \cdot h_i^q(t), \end{cases} \quad (3.75)$$

unde indicele "i" se referă la numărul dintelui ( $i = \overline{1, z}$ ),  $K_r$  și  $K_t$  sunt coeficienții forțelor de tăiere,  $a_p$  adâncimea de tăiere,  $h_i(t)$  este grosimea dependent de timp a așchiei, la dinte "i" și  $q$  este exponentul forței de tăiere. Funcția  $g_i(t)$  este egală cu 1 când dinte "i" este în așchiere, altfel este zero.

#### 3.3.2. Modelul 2

Un alt model este prezentat în lucrarea [162]. Ecuația de mișcare este descrisă tot în termeni de parametrii modali:

$$m\ddot{x}(t) + 2m\zeta\omega_n\dot{x}(t) + m\omega_n^2x(t) = F(t) \quad (3.80)$$

unde  $x(t)$  reprezintă deplasarea în direcția "x",  $m$  este masa modală,  $\omega_n$  este pulsația proprie,  $\zeta$  reprezintă factorul de amortizare, iar forța de așchiere  $F(t)$  este descrisă de relația:

$$F(t) = a_p h(t) [x(t-T) - x(t)], \quad (3.81)$$

cu adâncimea de aşchiere  $a_p$  și întârzierea regenerativă  $T_{reg}$  :

$$T_{reg} = \frac{2\pi}{z\omega}, \quad (3.82)$$

unde  $\omega$  este pulsația corespunzătoare turației sculei și  $z$  numărul de dinți.

Funcția  $h(t)$  din (3.81) este dependent de timp și poate fi calculate cu relația:

$$h(t) = \sum_{i=1}^z g(\phi_i(t)) \left[ K_r \sin^2(\phi_i(t)) + K_t \sin(\phi_i(t)) \cos(\phi_i(t)) \right] \quad (3.83)$$

În (3.83) au fost făcute notațiile  $K_r$  and  $K_t$  pentru coeficienții forțelor de aşchiere,  $\phi_i(t)$  este poziția unghiulară dependent de timp a dintelui "  $i$  ", calculată cu relația:

$$\phi_i(t) = \omega t + \frac{2\pi}{z}(i-1). \quad (3.84)$$

Considerând reprezentarea în spațiul stărilor, ecuația de mișcare (3.80) poate fi rescris ca:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + B(t)[X(t-T) - X(t)]; \\ U(t) = DX(t). \end{cases} \quad (3.85)$$

unde:

$$A = \begin{bmatrix} -\zeta\omega_n & 1/m_t \\ m_t \chi a (\zeta^2 \omega_n^2 - \omega_n^2) & -\zeta\omega_n \end{bmatrix}, \quad (3.86)$$

$$B(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_p & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.87)$$

cu  $m_t$  ca masă modală.

### 3.3.3. Modelul 3

În [44] este prezentat un alt model simplificat cu un grad de libertate. În acest model propus, mișcarea sculei este considerată ca o însumare a mișcării de avans și a vibrațiilor. Diagrama forței libere este prezentată în Figura 3.9.

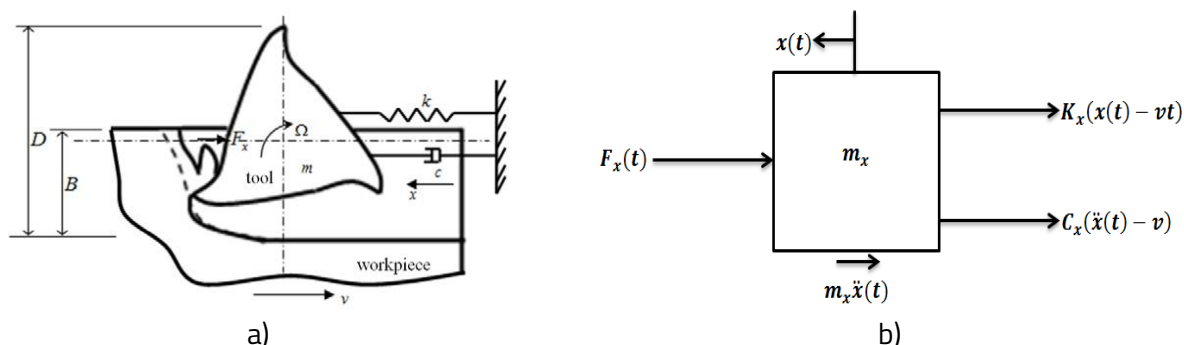


Figura 3.9 Model cu un grad de libertate [44]: a) modelul dinamic; b) diagram de forțe raportată la scula aşchietoare

Ecuația de mișcare este:

$$m\ddot{x}(t) + c[\dot{x}(t) - v] + k[x(t) - vt] + F(t) = 0. \quad (3.88)$$



Având în vedere poziția dintelui "i" al sculei în sistemul sculă-piesa de prelucrat se evidențiază două componente ale forței de așchiere: una normală, notată cu  $F_{ni}(t)$ , și, respectiv, una tangențială, notată cu  $F_{ti}(t)$ . În acest model, forța axială este neglijată deoarece unghiul dintelui este considerat egal cu zero.

Forța de așchiere  $F_x$  poate fi exprimată prin:

$$F_x(t) = \sum_{i=1}^N g_j(t) [F_{ni}(t) \sin \theta_i(t) + F_{ti}(t) \cos \theta_i(t)] \quad (3.89)$$

cu:

$$\begin{cases} F_{ti} = K_t w [f_a \sin \theta_i(t)]^y, \\ F_{ni}(t) = K_n w [f_a \sin \theta_i(t)]^y = K_r F_{ti}(t), \end{cases} \quad (3.90)$$

unde  $K_t$  este coeficientul forței tangențiale de tăiere și  $K_n$  reprezintă coeficientul compoentei normale a forței de tăiere fiind puternic influențați de proprietățile mecanice ale materialului de prelucrat și de mărimea sculei,  $N$  se referă la numărul total de dinți,  $w$  reprezintă adâncimea de așchiere,  $K_r$  este raportul  $K_n/K_t$ .

### 3.4. Modelul cu două grade de libertate

#### 3.4.1. Modelul 1

În [44] este prezentat un model de sculă de frezat 2DOF (Figura 3.10), unde sunt considerate elementele de rigiditate și amortizare considerate plan orizontal, notate prin coordonatele  $x$  and  $y$ .

Sunt considerați următorii parametri modali: în direcția  $x$  – masa modală  $m_x$ , amortizarea modală  $c_x$ , rigiditatea modală  $k_x$ , iar în direcția  $y$  direction – masa modală  $m_y$ , amortizarea modală  $c_y$  și rigiditatea modală  $k_y$ .

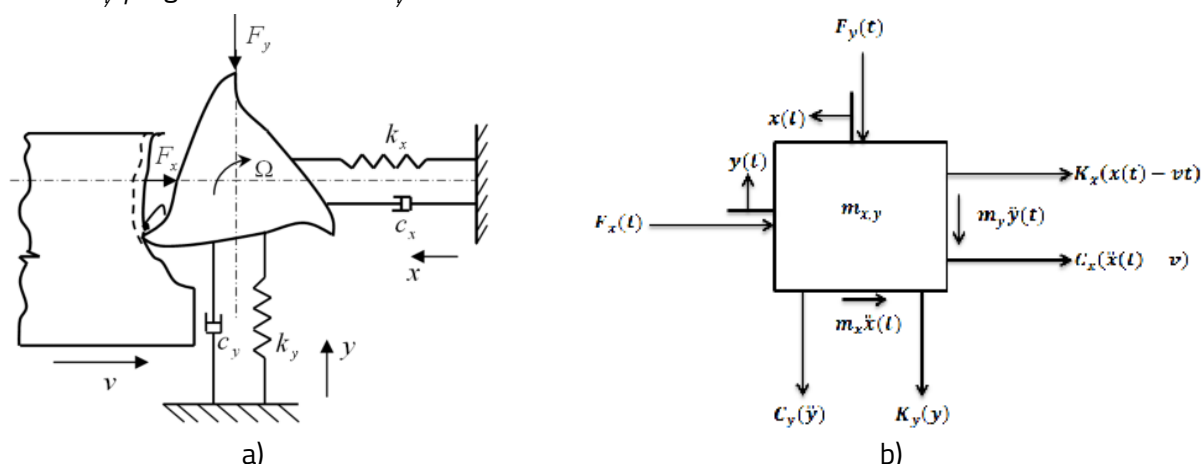


Figura 3.10 Sistem cu două grade de libertate [44]: a) modelul dinamic; b) diagram de forțe raportată la scula așchietoare

Ecuțiile de mișcare ale modelului sunt:

$$\begin{cases} m_x \ddot{x}(t) + c_x [\dot{x}(t) - v] + k_x [x(t) - vt] + F_x(t) = 0, \\ m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y + F_y(t) = 0. \end{cases} \quad (3.95)$$

Considerând o serie de ipoteze de calcul este obținut următorul model cu care poate fi analizat fenomenul de chatter:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta_x \omega_{nx} & 0 \\ 0 & 2\zeta_y \omega_{ny} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{nx}^2 + \frac{wh_{xx}(t)}{m_x} & \frac{wh_{xy}(t)}{m_x} \\ \frac{wh_{yx}(t)}{m_y} & \omega_{ny}^2 + \frac{wh_{yy}(t)}{m_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{wh_{xx}(t)}{m_x} & \frac{wh_{xy}(t)}{m_x} \\ \frac{wh_{yx}(t)}{m_y} & \frac{wh_{yy}(t)}{m_y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t-\tau) \\ y(t-\tau) \end{Bmatrix} \quad (3.96)$$

unde:

$$\begin{cases} h_{xx}(t) = K_t \sum_{i=1}^N g_i(t) \sin \theta_i(t) \left[ (K_n / K_t) \sin \theta_j + \cos \theta_j(t) \right], \\ h_{yx}(t) = K_t \sum_{i=1}^N g_i(t) \cos \theta_i(t) \left[ (K_n / K_t) \sin \theta_j + \cos \theta_j(t) \right], \\ h_{xy}(t) = K_t \sum_{i=1}^N g_i(t) \sin \theta_i(t) \left[ (K_n / K_t) \cos \theta_j - \sin \theta_j(t) \right], \\ h_{yy}(t) = K_t \sum_{i=1}^N g_i(t) \cos \theta_i(t) \left[ (K_n / K_t) \cos \theta_j - \sin \theta_j(t) \right], \end{cases} \quad (3.97)$$

cu  $w$  - adâncimea de aşchiere,  $\omega_{nx}$  și  $\omega_{ny}$  pulsatile naturale corespunzătoare celor două direcții de calcul,  $\zeta$  este factorul de amortizare corespunzător celor două direcții  $x$  și  $y$ ,  $K_n$  este coeficientul corespunzător forței normale de aşchiere,  $K_t$  este coeficientul corespunzător forței tangențiale de aşchiere,  $\theta_i$  este unghiul instantaneu de poziție al dintelui „ $i$ ”,  $g_i$  este funcție dependent de timp și  $N$  reprezintă numărul total de dinți.

### 3.4.2. Modelul 2

În [166] este considerat un model cu efect de cuplare încrucișată (Figura 3.11). În lucrare se investighează efectul de cuplare a modului structural în analiza stabilității măcinării regenerative.

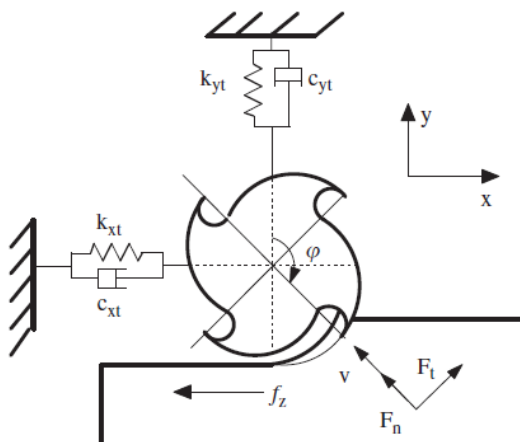


Figura 3.11 Model dinamic de prelucrare [166]

Ecuțiile de mișcare pentru modelul din Figura 3.11 sunt::

$$\begin{cases} m_{xx}\ddot{x}(t) + m_{yx}\ddot{y}(t) + c_{xx}\dot{x}(t) + c_{yx}\dot{y}(t) + k_{xx}x(t) + k_{yx}y(t) = F_x(t), \\ m_{yy}\ddot{y}(t) + m_{xy}\ddot{x}(t) + c_{yy}\dot{y}(t) + c_{xy}\dot{x}(t) + k_{yy}y(t) + k_{xy}x(t) = F_y(t) \end{cases} \quad (3.98)$$

care pot fi rescris sub forma matriceală:

$$\begin{bmatrix} m_x & m_{yx} \\ m_{xy} & m_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_x & c_{yx} \\ c_{xy} & c_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & k_{yx} \\ k_{xy} & k_y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x(t) \\ F_y(t) \end{Bmatrix} \quad (3.99)$$

unde  $m$ ,  $c$  și  $k$  sunt masa modală, amortizarea modală și, respectiv, rigiditatea modală

Forțele dependente de timp generate în timpul prelucrării sunt:

$$\begin{aligned} F_x(t) = \sum_{i=1}^N F_{xi}(t) = \sum_{i=1}^N \int_0^{ap} g(\varphi_i(t, z)) f_i(t, z) (K_{tc} \cos \varphi_i(t, z) + K_{nc} \sin \varphi_i(t, z)) dz + \\ + \sum_{i=1}^N \int_0^{ap} g(\varphi_i(t, z)) f_i(t, z) (K_{te} \cos \varphi_i(t, z) + K_{ne} \sin \varphi_i(t, z)) dz, \end{aligned} \quad (3.100)$$

$$\begin{aligned} F_y(t) = \sum_{i=1}^N F_{yi}(t) = \sum_{i=1}^N \int_0^{ap} g(\varphi_i(t, z)) f_i(t, z) (-K_{tc} \cos \varphi_i(t, z) + K_{nc} \sin \varphi_i(t, z)) dz + \\ + \sum_{i=1}^N \int_0^{ap} g(\varphi_i(t, z)) f_i(t, z) (-K_{te} \cos \varphi_i(t, z) + K_{ne} \sin \varphi_i(t, z)) dz, \end{aligned} \quad (3.101)$$

unde  $K_{nc}$  și  $K_{tc}$  reprezintă coeficienții normali și tangențiali ai forțelor de tăiere,  $K_{ne}$  și  $K_{te}$  sunt coeficienții de muchie normală și tangențială,  $f_i(t, z)$  reprezintă grosimea instantanee a așchii la dinte „ $i$ ”.

Substituind (3.100) și (3.101) în (3.99), ecuația de mișcare devine, scrisă sub forma matriceală, ca:

$$\dot{X}(t) = \mathbf{A}X(t) + \mathbf{B}(t)[X(t) - X(t-T)] \quad (3.102)$$

unde:

$$\begin{cases} \mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C}/2) & -\mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{CM}^{-1}(\mathbf{C}/4) - \mathbf{K} & -\mathbf{C}(\mathbf{M}^{-1}/2) \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_c(t) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.103)$$

Soluția ecuației (3.103) poate fi scrisă sub forma:

$$X(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)} X(t_0) + \int_{t_0}^t \{ e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}(\tau) [X(\tau) - X(\tau-T)] \} d\tau, \quad (3.104)$$

unde  $X(t_0)$  este vectorul de stare la momentul inițial considerat  $t_0$  și  $T$  este perioada de rotire a unui dinte,  $T = 60/(N\Omega)$ .

### 3.4.3. Modelul 3

Un model dinamic neliniar de frezare este prezentat în [159]. Modelul matematic utilizat prezentat conține ecuații diferențiale cu argument deplasat, luând în considerare elementele neliniare (Figura 3.12)

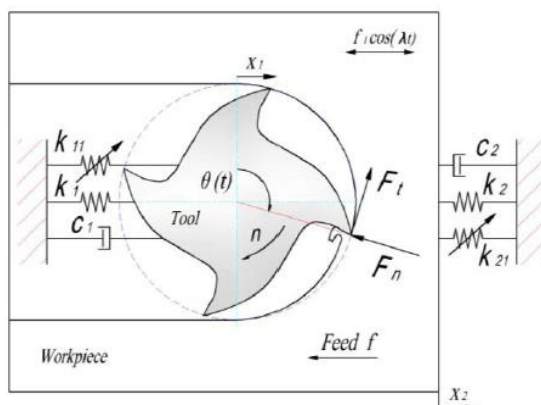


Figura 3.12 Model nelinier cu două grade de libertate [159]

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1(t) + c_1 \dot{x}_1(t) + k_1 x_1(t) + k_{11} x_1^3(t) = \sum_{i=1}^z F_i(t) \\ m_2 \ddot{x}_2(t) + c_2 \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t) + k_{21} x_2^3(t) = - \sum_{i=1}^z F_i(t) \end{cases} \quad (3.105)$$

unde:  $m_1$  este masa echivalentă a sculei,  $c_1$  este coeficientul de amortizare al sculei,  $k_1$  reprezintă rigiditatea liniară a sculei și  $k_{11}$  este rigiditatea neliniară a sculei,  $m_2$  reprezintă masa piesei,  $c_2$  este coeficientul de amortizare a materialului piesei,  $k_2$  este rigiditatea piesei și  $k_{21}$  reprezintă rigiditatea neliniară a piesei de prelucrat.

Relațiile (3.105) pot fi împărțite cu masele  $m_1 \neq 0$  și  $m_2 \neq 0$  rezultând ecuațiile de mișcare sub forma:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1(t) + 2\zeta_1 \omega_{n1}^2 \dot{x}_1(t) + \omega_{n1}^2 x_1(t) + \frac{k_{11}}{m_1} x_1^3(t) = \frac{1}{m_1} \sum_{i=1}^z F_i(t) \\ \ddot{x}_2(t) + 2\zeta_2 \omega_{n2}^2 \dot{x}_2(t) + \omega_{n2}^2 x_2(t) + \frac{k_{21}}{m_2} x_2^3(t) = - \frac{1}{m_2} \sum_{i=1}^z F_i(t) \end{cases} \quad (3.106)$$

cu notațiile:  $\zeta_1$  factorul de amortizare al sculei,  $\omega_{n1}$  pulsația proprie a sculei așchieroare,  $\frac{k_{11}}{m_1} = \gamma_1$  coeficientul de rigiditate neliniară al sculei așchieroare,  $\zeta_2$  factorul de amortizare al piesei prelucrate,  $\omega_{n2}$  pulsația proprie a piesei de prelucrat,  $\frac{k_{21}}{m_2} = \gamma_{12}$  coeficientul de rigiditate neliniară al piesei prelucrate

Forța de așchiere rezultantă la dinte „i”, în direcția  $x$  este data de:

$$F_i = g_i(t) [-F_{ti} \cos \theta_i - F_{ri} \sin \theta_i(t)], \quad (3.107)$$

unde  $F_{ti}$  este component tangențială a forței de tăiere, iar  $F_{ri}$  este component radial a forței de tăiere:

$$\begin{cases} F_{ti} = K_t a_{pi} w_i^k(t) \\ F_{ri} = K_r a_{pi} w_i^k(t) \end{cases} \quad (3.108)$$

unde  $a_{pi}$  este adâncimea de aşchiere,  $w_i(t)$  este lăţimea aşchiei,  $K_t$  şi  $K_r$  sunt coeficienţii specifici ai forţelor de aşchiere, care depend de proprietăţile de material ale piesei prelucrate, relaţia clasică dintre aceşti fiind:  $K_n = 0.36K_t$ .

Lăţimea aşchiei, dependent de timp,  $w_i(t)$  poate fi definite la o funcţie de avans al piesei  $f$  poate fi scrisă sub forma::

$$w_i(t) = \begin{bmatrix} f + x_1(t) - x_2(t) \\ -x_1(t-\tau) + x_2(t-\tau) - f_1 \cos(\lambda t) \end{bmatrix} \sin \theta_i(t) \quad (3.109)$$

The step function  $g_i(t)$  has the same form as (3.92).

### 3.4.4. Modelul 4

Un alt model interesant este prezentat în [142]. În acest caz, este considerat un model dinamic de milling care trebuie luat în considerare de rigiditatea sculei şi a piesei de prelucrat (Figura 3.13).

Luând în considerare sistemul de referinţă din figura 3.13 şi presupunând că modurile pe direcţiile  $x$  şi  $y$  sunt decuplate, comportamentul dinamic este descris de următoarele ecuaţii:

$$\begin{bmatrix} m_{cx} \\ m_{wx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_e(t) \\ \ddot{x}_w(t) \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} c_{cx} \\ c_{wx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_e(t) \\ \dot{x}_w(t) \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} k_{cx} \\ k_{wx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(t) \\ x_w(t) \end{bmatrix}^T = F_x(t) \quad (3.110)$$

$$\begin{bmatrix} m_{cy} \\ m_{wy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_e(t) \\ \ddot{y}_w(t) \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} c_{cy} \\ c_{wy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_e(t) \\ \dot{y}_w(t) \end{bmatrix}^T + \begin{bmatrix} k_{cy} \\ k_{wy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_e(t) \\ y_w(t) \end{bmatrix}^T = F_y(t) \quad (3.111)$$

unde,  $m_c$  este masa modală a sculei şi  $m_w$  este masa modală a piesei de prelucrat,  $c_c$  este coeficientul modal de amortizare al sculei aşchietoare şi  $c_w$  este coeficientul modal de amortizare al piesei de prelucrate,  $k_c$  este constanta modală de elasticitate a sculei aşchietoare  $k_w$  este constanta modală de elasticitate a piesei de prelucrate,  $F_x(t)$  şi  $F_y(t)$  reprezintă rezultantele forţelor de aşchiere pe cele două direcţii la momentul  $t$ .

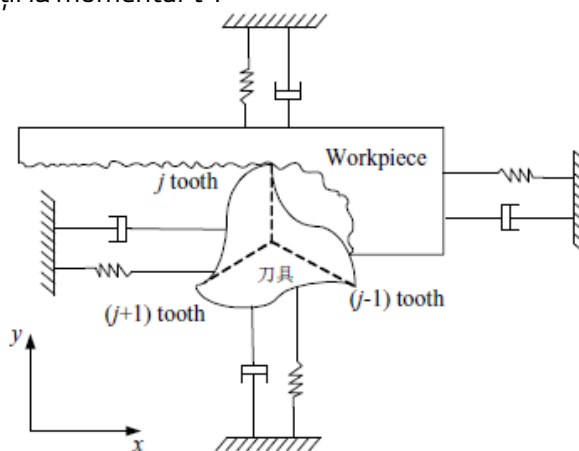


Figura 3.13 Modelul dinamic de frezare considerând rigidităţile sculei de aşchiere şi ale piesei de prelucrat [142]

Forţa de de aşchiere la dinte „ i ” are componentele tangenţială şi radială:

$$\begin{cases} F_{ti} = K_t a_p h(\phi_i); \\ F_{ri} = K_{rt} F_{ti}. \end{cases} \quad (3.112)$$

cu  $a_p$  adâncimea de aşchiere și  $h$  grosimea de aşchiere.

Însumarea celor două forțe conduce la calculul componentelor forței de aşchiere:

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \end{cases} = \begin{bmatrix} -\sin\phi_i & -\cos\phi_i \\ -\cos\phi_i & \sin\phi_i \end{bmatrix} \begin{cases} F_r \\ F_t \end{cases} \quad (3.113)$$

unde  $\phi_i$  este unghiul instantaneu de contact al dintelui „i” cu materialul măsurat în sensul acelor de ceasornic între direcția avansului  $x$  și axa  $y$ .

## Capitolul 4 - Autovibrațiile și stabilitatea

### 4.1. Autovibrațiile (Chatter)

#### 4.1.1. Introducere

Prelucrarea prin aşchiere a metalelor este un fenomen complex cauzat de mecanismul de formării aşchiilor. O înțelegere profundă a procesului de tăiere implică investigații avansate bazate pe setări avansate cu calculatoare și senzori care sunt axate în principal pe controlul prelucrării.

După cum se menționează în multe articole și cărți, fenomenul vibrațiilor mecanice dezvoltate în timpul prelucrării este un factor ce limitează aceste procese.

În majoritatea cazurilor vibrațiile apar ca urmare a două cauze:

- valori mici ale rigidității dinamice ale elementelor care compun sistemul mașini-unelte-port sculă;
- interacțiunea locală dezvoltată între unealtă și materialul piesei de prelucrat.

În timpul frezării, vibrațiile dezvoltate generează două tipuri diferite de regimuri de lucru:

- un regim tranzitoriu generat de muchia de tăiere în ambele momente asociate cu intrarea și ieșirea din piesa de prelucrat;
- un regim de echilibru în timpul procesului de tăiere.

Vibrațiile autoexcitate sunt, în general, cele mai nedorite vibrații și cele mai puțin controlabile. În unele referințe [30], [45], [74], [146], [163] se menționează că o primă definiție a chatterului poate fi considerată cea care este prezentată în [145] unde fenomenul a fost considerat drept „cel mai obscur și delicat dintre toate problemele cu care se confruntă frezorul”.

Fenomenul de „chatter” poate fi întâlnit în diferite procese de îndepărtare a metalelor ca urmare a faptului că operațiunile de tăiere a metalelor presupun tăieturi suprapuse care sunt surse de vibrații cu amplitudini mari. În cazul procesului de frezare, se dezvoltă vibrații atunci când apare o combinație de viteza axului și adâncimea de tăiere. Având în vedere toate aceste rezultate, este necesar să se dezvolte modele mecanice de tăiere și să se facă simulări ale comportamentului dinamic pentru diferite combinații între vitezele axului și adâncimile de tăiere.

Unele dintre principalele efecte negative ale chatterului sunt menționate în [35], [146]:

- rugozitate mare a suprafețelor;



- nivel ridicat de zgomot dezvoltat în timpul procesului de prelucrare;
- scurtarea duratei de viață a sculei datorită creșterii uzurii;
- apariția defectelor structurale ale mașinilor-unelte;
- productivitate scăzută datorită scăderii cantității de material așchiat la trecerea sculei de tăiere;
- creșterea costurilor în toți termenii legați de procesul de prelucrare.

Autovibrațiile/chatter sunt împărțite în două mari categorii:

- a) chatter primare - care rezultă din condițiile de așchiere și se referă la diferite fenomene dezvoltate în așchiere, precum: frecarea care apare la nivelul contactului sculă-piesa de prelucrat, efectele combinate termice și mecanice dezvoltate în timpul dezvoltării așchiilor;
- b) chatter secundar – apare ca urmare a generării de ondulații pe suprafața piesei.

În concluzie, se poate menționa că fenomenul de chatter:

- reduce eficiența procesării
- reduce precizia de prelucrare;
- reduce durata de viață atât a sculei de tăiere, cât și a mașinii-unelte;
- generează netezime suprafeței piesei de prelucrat;
- generează efect negativ asupra preciziei dimensionale;

#### 4.1.2. Chatter mechanism

În practică, având în vedere mecanismul specific de vibrație de autoexcitare, se evidențiază trei tipuri de chatter [45]:

- a) chatter de frecare – cauzat de frecarea care se dezvoltă în sistemul sculă-piesa de prelucrat;
- b) chatter cuplat – este generat fenomenul de modul de cuplare al vibrației. Acest tip este cauzat de o mică diferență de rigiditate între elementele care vibrează în două direcții diferite;
- c) chatter regenerativ – apare atunci când există diferențe de grosime a așchiilor care rezultă din diferențele de fază dintre vibrația piesei dezvoltată între o tăiere anterioară și deplasarea următoarei tăieturi (Figura 4.1).

Fenomenul de vibrație poate fi modelat prin patru parametri de intrare: coeficienții forței de așchiere, parametrii dinamici de tăiere și geometria sculei. După cum este menționat în [118], diferențele dintre chatter de frecare, chatter de cuplare a modului și chatter regenerativă se bazează pe mecanismul generat de vibrații:

- vibrațiile (chatter) de frecare se dezvoltă atunci când frecarea are loc pe fața liberă și dezvoltă vibrații de-a lungul direcției forței tangențiale;
- vibrații (chatter) de cuplare - apare atunci când vibrațiile dezvoltate în direcție radială generează și vibrații în direcție tangențială. Astfel, se produc vibrații simultane în ambele sensuri, radiale și transversale. Cauzele pot fi multiple, precum: variația grosimii așchii, modificarea unghiului de forfecare a așchiei, suprafețe înclinate etc.



### 4.1.3. Parametrii vibraţiei de tip chatter

#### 4.1.3.1. Coeficienţii forţei de tăiere

Valorile coeficienţilor forţei de tăiere pot fi obţinute prin extragerea datelor de testare. Acest lucru se poate face prin experimente pentru orice unelte de tăiere. Aceşti coeficienţi sunt influenţaţi în principal de limita de curgere a materialului, frecare unealta-piesa de prelucrat şi geometria sculei. Există diferite metode pentru a afla valorile coeficienţilor. Două dintre ele se referă la:

- a) metoda forţei medii de tăiere [49] - pune forţa medie de tăiere măsurată într-o funcţie liniară pentru avans pe dinte. Coeficienţii forţei de tăiere în diferite direcţii pot fi apoi obţinuţi folosind funcţiile de potrivire din software-ul Matlab.
- b) metoda forţei de tăiere instantanee [79] – consideraţi ca funcţie obiectiv minimă pentru a se potrivi o forţă de tăiere simulată şi o forţă măsurată experimental, coeficientul forţei de tăiere instantanee fiind obţinut prin inversare.

#### 4.1.3.2. The influence of system dynamic parameters

Comportamentul dinamic al sistemului de frezare poate fi analizat din punct de vedere al funcţiei de transfer a unui sistem cu mai multe grade de libertate. Funcţiile de transfer pot fi obţinute atât teoretic cât şi experimental prin identificarea utilizând teste dinamice structurale. Cel mai frecvent test utilizat în analiza modală este excitarea semnalului de pas care implică utilizarea unui ciocan de impact pentru a introduce semnalul de excitare şi pentru a afla răspunsul folosind fie un accelerometru, fie un traductor de forţă [35]. Funcţiile de Răspuns în Frecvenţă (FRF) sunt influenţate asupra masei totale a traductoarelor, în special în cazul prelucrării cu pereţi subţiri.

Analiza experimentală se face pentru a identifica informaţiile de amortizare necesare pentru a crea componenta de amortizare a modelului FE. În cazul FEM pot fi utilizate atât modele liniare, cât şi modele neliniare. În [1] parametrii dinamici ai unei piese de prelucrat sunt analizaţi utilizând transformata Fourier şi Metoda Elementelor Finite (FEM). FEM oferă avantajul de a obţine o acurateţe mai mare în cazul utilizării unui număr mic de paşi în timp ce un număr mare de paşi implică timp mai lung de procesare ca urmare a creării modelelor de ştiri şi reanalizării acestora. În cazul utilizării transformării Fourier analiza se face în domeniul frecvenţei.

#### 4.1.3.3. Parameters influencing the chatter phenomenon

După cum se menţionează în literatură, întârzierea este un factor important în determinarea fenomenului de chatter. După cum urmează, este necesar să se studieze efectul vitezei de avans asupra întârzierii şi apoi să se evalueze stabilitatea. De-a lungul timpului au fost efectuate diferite studii asupra acestei corelaţii luând în considerare avansul per dinte şi schimbarea constantă în timpul proceselor de prelucrare a unghiului de avans al frezei.

În cazul problemelor de frezare şi de stabilitate, curăţarea sculei şi avansul pe dinte au o mare influenţă. În [158] se menţionează că o influenţă principală asupra stabilităţii o au avansurile mici pe



dinte, dar în același timp efectul este redus atunci când avansul pe dinte este în creștere. O problemă foarte importantă se referă la limitarea adâncimii în direcția axială de tăiere. Adâncimea de tăiere axială influențează zona de contact sculă-piesa de prelucrat.

#### 4.1.3.4. Geometria sculei

Un alt element important în dezvoltarea chatterului este geometria sculei de tăiere. Geometria sculei și parametrii care o definesc au o influență directă asupra coeficienților forței de aşchiere, asupra coeficienților direcționali ai forței dinamice și asupra cineticii procesului de prelucrare. Studiile făcute despre influența geometriei au fost făcute în diferite lucrări.

În [5], [9], [7], și [21] este prezentat un așa-numit factor direcțional mediu care este independent de unghiul helixului. Acest tip de unelte sunt folosite pentru a realiza adâncimi radiale mari de tăiere. Concluzia acestor articole menționate mai sus este că unghiul elicoidal nu are nicio influență asupra stabilității dacă adâncimea de tăiere este mare.

## 4.2. Stabilitatea

### 4.2.1. Teoria stabilității în cazul prelucrării

Este considerat un sistem mecanic cu un grad de libertate. Comportamentul dinamic este descris de ecuația de mișcare:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F(t), \quad (4.3)$$

unde parametrul considerat  $y(t)$ , care poate avea valori pozitive sau negative.

Soluția  $y(t)$  a ecuației de mișcare (4.3) constă din suma soluției omogene în și a unei soluții particulare. Aceste două părți sunt denumite de obicei răspuns tranzitoriu și, respectiv, răspuns la starea de echilibru. Din punct de vedere fizic, răspunsul la starea de echilibru va urma funcția de forțare [30], [40], [75].

Dacă sistemul descris de ecuația (4.3) este într-un regim staționar, atunci forța de intrare poate fi considerată a fi  $F(t)=F_1(t)$ . Dacă în timpul tăierii se dezvoltă o altă forță  $F_2(t)\neq F_1(t)$  procesul poate fi echivalat/asimilat cu un semnal de impuls aplicat sistemului, pentru o perioadă scurtă de timp, și se poate considera că se dezvoltă un răspuns liber de scurt timp  $y_f(t)$ . Având în vedere un timp scurt de modificare a intrării (modificare a forței de intrare), răspunsul liber (regimul tranzitoriu) nu trebuie să fie pentru o perioadă lungă de timp, iar condiția care trebuie luată în considerare este:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_f = 0 \quad (4.4)$$

altfel,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_f = \infty \quad (4.5)$$

iar sistemul are un comportament necontrolat.

Condiția (4.4) descrie starea stabilă (stabilitatea), iar condiția (4.5) descrie o stare instabilă a sistemului descris de ecuația (4.3).

Soluția  $y_f(t)$  depinde numai de parametrii  $m$ ,  $c$ , and  $k$  și se poate spune că stabilitatea sau instabilitatea sunt proprietăți intrinseci ale sistemului mecanic considerat și nu depind de valoarea de intrare (forța de excitație). Ținând cont de faptul că timpul de schimbare trebuie să fie foarte mic, relația (4.4) poate fi reconsiderată astfel:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_f \leq t_{\min}. \quad (4.6)$$

Starea descrisă de (4.6) se numește pseudostabilitate, sau stabilitate limitată, iar sistemul descris de (4.3) este limitat stabil sau marginal stabil. În cazul general, sistemul liniar descris de ecuația de mișcare (2.201), cu „ $q$ ” grade de libertate este stabil dacă răspunsul „se stinge” în timp [30].

## 4.2.2. Criterii de stabilitate

### 4.2.2.1. Considerații generale

Comportamentul stabil poate fi studiat cu ajutorul ecuațiilor de regim stabil sau al funcției de transfer. În orice aplicație tehnică se dorește o stare de echilibru sau o valoare finală a răspunsului sistemului. Una dintre principalele teoreme ale transformării Laplace este teorema valorii finale care afirmă:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s), \quad (4.7)$$

unde este permis un pol simplu pentru  $Y(s)$ , dar polii de pe axa imaginară și din semiplanul drept și polii repetați la origine sunt excluși. Pe baza acestor considerații, în cazul unui sistem SDOF (sistem masa-amortizor-arc) se poate concluziona că:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = 0. \quad (4.8)$$

În același timp, relația (4.8) arată că poziția finală a masei, parte a sistemului masă-amortizor-arc, este poziția de echilibru (când  $y(t) = 0$ ).

Având în vedere ecuația de mișcare (4.3) ecuația caracteristică poate fi scrisă astfel:

$$\det(\lambda) = |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = \begin{vmatrix} \lambda & -1 \\ \frac{k}{m} & \lambda + \frac{c}{m} \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{c}{m} \lambda + \frac{k}{m} = 0. \quad (4.9)$$

care este similară cu ecuația (4.3) la care se aplică transformata Laplace:

$$(ms^2 + cs + k)Y(s) = 0. \quad (4.10)$$

Soluțiile ambelor ecuații (4.9) și/sau (4.10) sunt:

$$\lambda_{1,2} = s_{1,2} = -\zeta \omega_n \pm j\omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1}, \quad (4.11)$$

unde,  $j = \sqrt{-1}$  și  $\omega_n$  este pulsația proprie și  $\zeta$  este factorul de amortizare.

Taking into consideration relation (2.7) and (2.115) the relation (4.10) represents the denominator of the transfer function. Considering the values of  $\zeta$  the solutions given by (4.11) have the following values (Figura 4.3):

Luând în considerare relația (2.7) și (2.115) relația (4.19) reprezintă numitorul funcției de transfer. Considerând valorile  $\zeta$  soluții date de (4.20) au următoarele valori (Figura 4.3):

- $\zeta < 1$ , rădăcinile sunt complexe și conjugate;
- $\zeta = 1$ , rădăcinile sunt egale și reale;
- $\zeta > 1$ , ambele rădăcini sunt reale.

Aceste rădăcini definite de (4.20) se numesc polii sistemului și determină caracterul răspunsului în timp al sistemului.

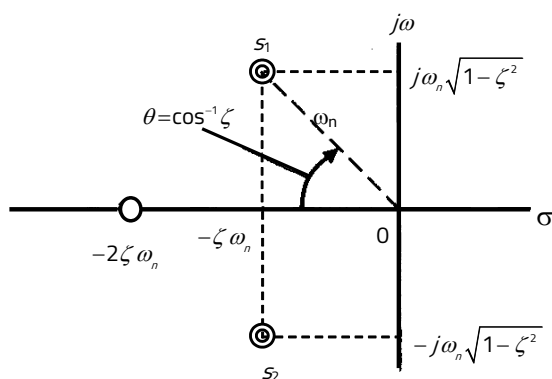


Figura 4.3 Planul „s” al soluțiilor ecuației (4.10) [128]

Având în vedere observațiile de mai sus și unele aspecte prezentate în literatură [30] se poate concluziona următoarele:

- stabilitate asimptotică asigurată atunci când toate rădăcinile  $\lambda_i$  sau  $s_i$  ( $i=1,2,q$ ) ale ecuației caracteristice:

$$\det(\lambda) = |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = c_0 \lambda^{2q} + c_1 \lambda^{2q-1} + \dots + c_{2q-1} \lambda + c_{2q} = 0, \quad (4.12)$$

au părți reale negative, fiind situate în semiplanul complex stâng;

- sistemul este asimptotic instabil dacă este îndeplinită cel puțin una dintre următoarele condiții:
  - una din rădăcinile  $\lambda_i$  sau  $s_i$  ( $i=1,2,q$ ) au părți reale pozitive;
  - o pereche multiplă de soluții (duble, triple etc.) de soluții ale ecuației (4.12) are partea reală zero, adică este situată pe axa imaginară;
  - două sau mai multe rădăcini ale ecuației caracteristice sunt nule;
- sistemul mecanic este limitat stabil dacă ecuația sa caracteristică are o pereche simplă de rădăcini cu partea reală zero sau o rădăcină simplă nulă, iar celelalte rădăcini sunt situate în semiplanul complex stâng.

Ca o concluzie generală rezultă că pentru analiza stabilității asimptotice a unui sistem mecanic invariant în timp liniar (LTI) este necesar să se cunoască soluțiile ecuației caracteristice (4.9).

#### 4.2.2.2. Criteriul Routh-Hurwitz

Acest criteriu se aplică atunci când toți coeficienții ecuației (4.9) sunt pozitivi, în caz contrar unele rădăcini sunt situate în semiplanul complex drept, axa imaginară sau în origine. Se spune că sistemul mecanic este instabil sau pseudo-stabil [30].

În cazul în care toți coeficienții sunt pozitivi,  $c_i$  ( $i=1,2q$ ), conform criteriilor Routh-Hurwitz condițiile necesare și suficiente pentru ca toate rădăcinile ecuației caracteristice (4.12) să aibă părțile reale negative, ceea ce asigură stabilitatea asimptotică, sunt:

$$\begin{cases} \Delta_1 = c_1 > 0, \\ \Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 & c_3 \\ c_0 & c_2 \end{vmatrix} > 0, \\ \dots\dots\dots \\ \Delta_{2q} = c_{2q}\Delta_{2q-1} > 0. \end{cases} \quad (4.13)$$

În (4.13)  $\Delta_i$  ( $i=1,2q$ ) reprezintă minorii corespunzătoare diagonalei principale a determinantului:

$$\Delta = \begin{vmatrix} c_1 & c_3 & c_5 & \dots & c_{4q-1} \\ c_0 & c_2 & c_4 & \dots & c_{4q-2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{2q} \end{vmatrix} \quad (4.14)$$

#### 4.2.2.3. Criteriul Nyquist

Orice sistem mecanic poate fi reprezentat prin diagramă bloc cu bucle și elemente de Avansul-back. Acest rege al reprezentării evidențiază rolul variabilei de stare și se bazează pe relația dintre Intrarea și Ieșirea unui sistem mecanic. Criteriul de stabilitate Nyquist se bazează pe funcția de transfer și pe funcția de răspuns în frecvență. Acest criteriu face posibilă evaluarea stabilității unui sistem mecanic închis pe baza locației transferului sistemului deschis.

#### 4.2.2.4. Conceptul Lyapunov de stabilitate

Cea mai cunoscută normă a unui vector este așa-numita „normă euclidiană”, care poate fi calculată folosind una dintre următoarele relații [30]:

$$\|X\| = \sqrt{\sum_{i=1}^{2q} x_i^2}, \quad (4.15)$$

sau

$$\|X\| = \max_{1 \leq x_i \leq 2q} (x_i), \quad (4.16)$$

unde „q” reprezintă numărul gradelor de libertate.

În acest caz, sistemul mecanic este stabil, în sensul lui Lyapunov, dacă pentru orice  $\Delta > 0$  poate fi găsită orice valoare  $\delta > 0$  astfel că, din condiția:

$$\|X(t_0)\| \leq \delta, \quad (4.17)$$

rezultă:

$$\|X(t)\| \leq \Delta, \quad \forall t > t_0. \quad (4.18)$$

Dacă nu există o astfel de valoare,  $\delta = \delta(\Delta)$ , atunci starea data de relația (4.8) nu este stabilă.

Starea  $X = 0$  data de (4.10) este asimptotic stabilă dacă este stabil în sensul Lyapunov și

dacă:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|X\| = 0. \quad (4.19)$$

Luând în considerare (4.11) sau (4.12) și (4.4) se poate spune că în cazul condițiilor inițiale finite, condiția (4.4) corespunde stabilității asimptotice.

### 4.2.3. Stabilitatea procesului de aşchiere

Sistemul de prelucrare dinamică cu un grad de libertate, format din sistem elastic al mașinilor-unelte (vezi Figura 1.1) și procesul de aşchiere (vezi Figura 1.1) descris prin intermediul rigidității statice, a forței de tăiere, prin ecuația [C1]:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = F \quad (4.37)$$

unde  $F$  este forța instantanee de aşchieredată de relația:

$$F = F_0 - \Delta F, \quad (4.38)$$

cu

$$\Delta F = K_a (1 - \nu e^{-\rho T_d}) y, \quad (4.39)$$

unde s-au făcut următoarele notații:  $\Delta F$  - variația dinamică a forței raportate la o forță staționară,  $F_0$  ar trebui să fie constantă în timp sau variabilă lent,  $K_a$  - rigiditatea static a dintelui,  $T_d$  - timpul de întârziere,  $\nu$  - este coeficientul de întârziere, uzual considerat a fi egal cu 1.

Ecuația (4.3) poate fi rescrisă sub forma:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + [k + K_a (1 - \nu e^{-\rho T_d})] y = F_0. \quad (4.40)$$

Dacă  $\nu = 0$  și considerând  $k + K_a = K$ , atunci (4.40) cu  $F_0 = 0$  devine ecuația de mișcare în regim liber:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + Ky = 0 \quad (4.41)$$

care este stabilă dacă răspunsul său liber tinde să fie stabil, dacă:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_l = 0, \quad (4.42)$$

și instabil, dacă:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_l \rightarrow \infty \quad (4.43)$$

Analiza stabilității se limitează la investigarea răspunsului său banal, schimbând și variabila complexă Laplace  $s$  cu valoarea  $j\omega$ , obținând ecuația caracteristică:

$$1 + G(j\omega)H(j\omega) = 0, \quad (4.44)$$

unde  $G(j\omega)$  este funcția de răspuns în frecvență iar  $H(j\omega)$  matricea de rigiditate dinamică.

### 4.3. Concluzii

Problema vibrației și stabilității sunt probleme importante în prelucrare, în general, și în cazul frezării, în special. Există multe cauze ale generării de chatter care sunt descrise în literatură și sunt

prezentate în prezentul capitol. Stabilitatea sistemelor poate fi studiată după diferite criterii, toate ținând cont de conceptul funcției de transfer.

## Capitolul 5 – Analiza dinamometrului de frezare și teste de frezare

### 5.1. Considerații generale. Dinamometrul propus

Pentru testele efectuate în prezenta teză sa considerat un dinamometru prezentat în Figura 5.1, cu principalele date geometrice ale componentelor prezentate în Figura 5.2.

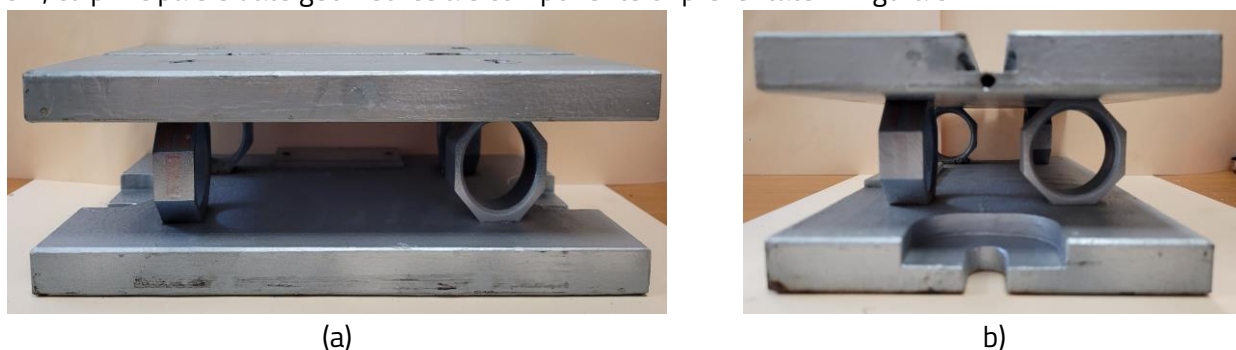


Figura 5.1 Dynamometer : (a) front view; (b) side view

Noutatea dinamometrului folosit este că traductoarele sunt utilizate pentru măsurarea forțelor care indică atât nivelul forțelor dinamice, cât și gama de frecvențe în care apar aceste forțe. Un alt avantaj al folosirii traductoarelor de forță, care măsoară în intervalul dinamic, este că sunt ușor de înlocuit și sunt calibrați de către compania producătoare.

La baza dinamometrului se află sistemul clasic cu inele octogonale la care se adaugă traductoarele de forță (Figura 5.3). Ca traductoare de forță au fost utilizate traductoare de forță patru traductoare de forță Brüel & Kjær, tip 8230-003, care au fost montate pe inele (Figura 5.3,a).

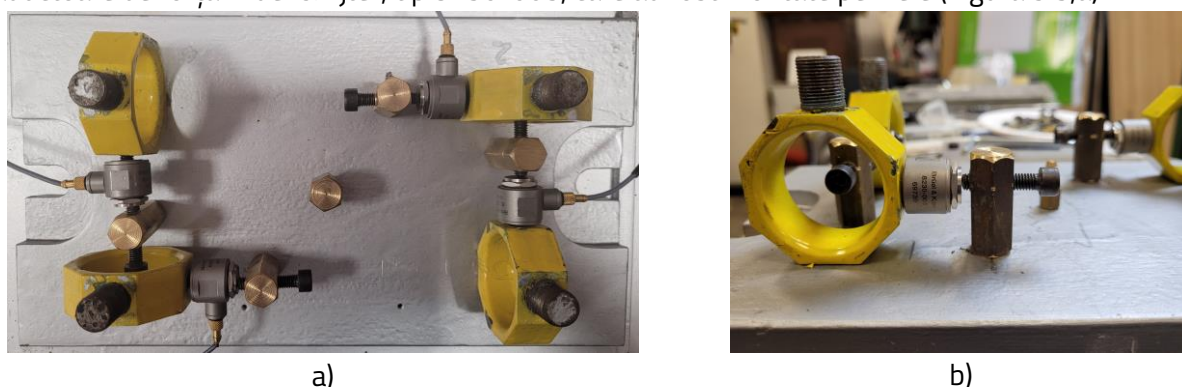


Figura 5.3. Forța Traductor de forță's mounting: a) in rings; b) detailed mounting

### 5.2. Analiza static a dinamometrului

Un pas important în analiza dinamometrului îl reprezintă testele de comportament static. Având în vedere montarea reală a dinamometrului s-au luat în considerare două teste statice:

- a) Testarea static a inelelor;
- b) Testarea static a dinamometrului.

### 5.2.1. Calculul analitic al rigidităţii inelului

Valorile rigidităţii pentru inelele octogonale pot fi calculate în funcţie de diferite relaţii prezentate în lucrările tehnice. Având în vedere teoria inelului subţire, în cazul unui dinamometru cu patru dimensiuni pentru studii de frezare folosind patru inele octogonale ca elemente de măsură, în unele lucrări [4], [87], [102], [130] sunt prezentate următoarele relaţii pentru rigiditatea transversală şi axială calcul:

$$\text{a) Pentru direcţia axială:} \quad k_{ax} = \frac{Ebt}{40r} \quad (5.1)$$

$$\text{b) Pentru direcţia transversală} \quad k_{tr} = \frac{Ebt^3}{3.6r^3} \quad (5.2)$$

unde  $E$  este modulul lui Young, în  $[N/mm^2]$ ,  $b$  reprezintă grosimea inelului, măsurată în  $[mm]$ ,  $r$  este raza găurii, în  $[mm]$  şi  $t$  reprezintă grosimea inelului măsurată în  $[mm]$  (Figura 5.4).

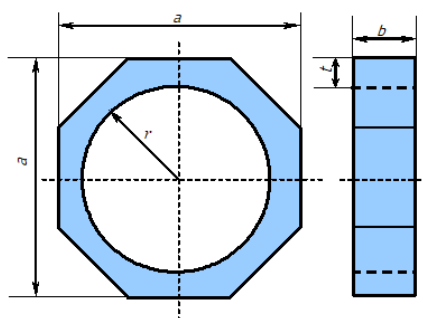


Figura 5.4 Datele geometrice ale inelului

### 5.2.2. Calculul rigidităţii cu ajutorul MEF

Pentru a afla rigiditatea inelelor prin metode numerice, a fost considerat un model cu elemente finite (MEF). Modelul geometric 3D al inelelor octaedrice a fost realizat în ANSYS Mechanical APDL, folosind facilităţile oferite de modulul de modelare din pasul pre-procesor (Figura 5.6). Inelele au fost împărţite cu un element 3-D definit ca element solid structural cu 8 noduri SOLID185 (Figura 5.8).

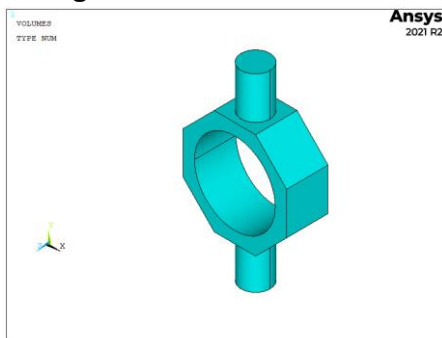


Figura 5.6 Geometria inelului

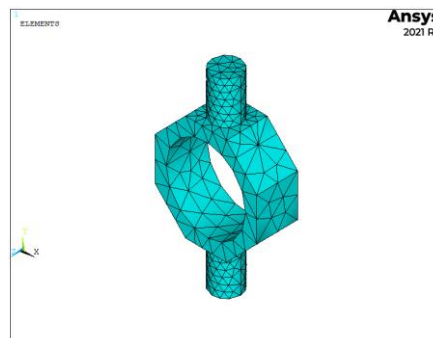


Figura 5.8 Modelul cu elemente finite

### 5.2.2.1. Rigiditatea axială a inelului

În cazul direcției axiale inelului s-au efectuat simulări pentru șase valori ale sarcinilor (Tabelul 5.2). Aceleași valori ale forțelor de sarcină au fost utilizate în configurația experimentală. Valorile deformațiilor și rigidității obținute prin FEM, pentru fiecare forță, sunt prezentate în Tabelul 5.2.

Tabelul 5.2 Valorile de rigiditate și deplasare obținute prin MEF

Forța [ $N$ ]	98.1	196.2	293.32	390.44	487.56	585.66
$\delta_{FEM\_ax}$ [ $mm$ ]	0.0033888	0.0067776	0.010133	0.013487	0.016842	0.020208
$k_{FEM\_ax}$ [ $N/m$ ]	$28.948 \cdot 10^6$	$28.948 \cdot 10^6$	$28.947 \cdot 10^6$	$28.949 \cdot 10^6$	$28.949 \cdot 10^6$	$28.981 \cdot 10^6$

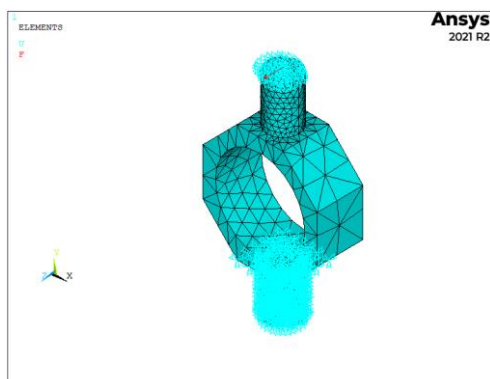


Figura 5.9 Încărcare axială

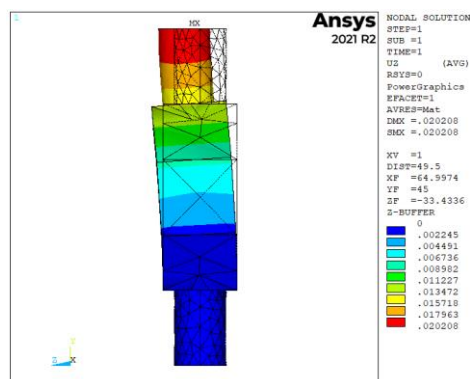


Figura 5.10 Deformație axială

### 5.2.2.2. Rigiditatea transversal a inelului

În cazul direcției transversale a inelului s-au făcut aceleași simulări ca și în cazul rigidității axiale. Valorile obținute ale deformațiilor sunt prezentate în Tabelul 5.23.

Tabelul 5.3 Valorile de rigiditate și deplasare obținute prin MEF

Forța [ $N$ ]	98.1	196.2	293.32	390.44	487.56	585.66
$\delta_{FEM\_tr}$ [ $mm$ ]	0.0033787	0.0067573	0.010102	0.013447	0.016792	0.020148
$k_{FEM\_tr}$ [ $N/m$ ]	$29.034 \cdot 10^6$	$29.035 \cdot 10^6$	$29.035 \cdot 10^6$	$29.035 \cdot 10^6$	$29.035 \cdot 10^6$	$29.068 \cdot 10^6$

Pe baza datelor din tabelul Tabel 5.3 valoarea medie a rigidității este value is  $k_{FEM\_tr} = 29.040 \cdot 10^6$  [ $N/m$ ]. În Figura 5.11 este prezentat cazul condițiilor de sarcină și limită considerate iar în Figura 5.12 sunt prezentate formele deformate și nedeformate pentru sarcina transversală maximă de 585,66 N.



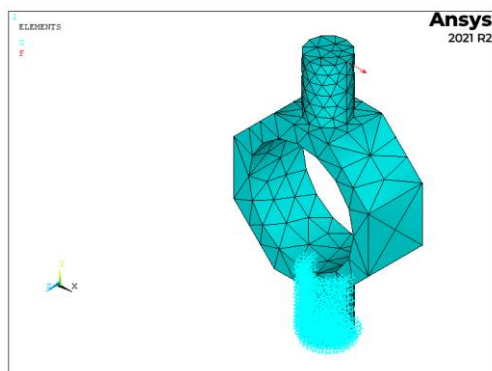


Figura 5.11 Încărcare transversală

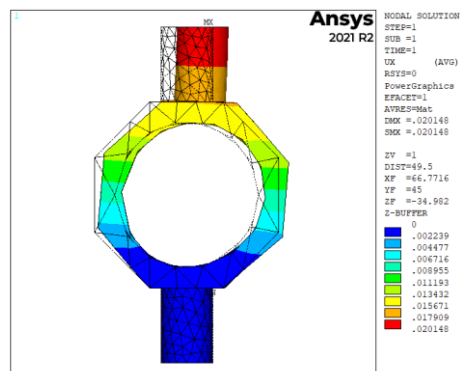
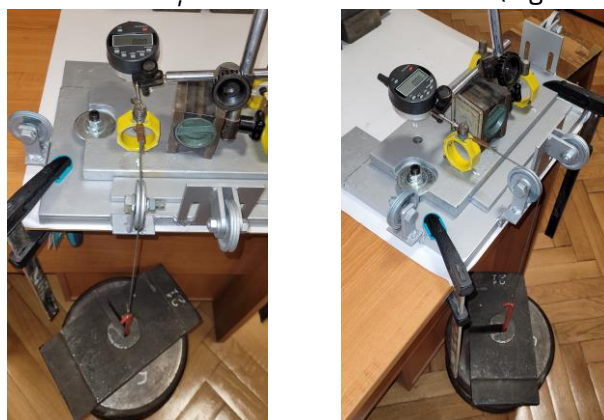


Figura 5.12 Deformația transversală

### 5.2.3. Determinarea experimentală a rigidității statice a inelului

Pentru determinarea experimentală a rigidității s-au luat în considerare aceleași două direcții de încărcare ca și în cazul simulărilor FEM (Figura 5.13):



a)

b)

Figura 5.13 Dispozitiv de determinare a rigidității: a) pe direcția axială a inelului; b) pe direcția transversală a inelului

- direcția axială de-a lungul axei , normală la suprafața găurii;
- direcția transversală, de-a lungul axei, perpendiculară pe  $Ox$  , și normală pe gaură.

Au fost considerate șase plăci de fontă cu masa de 10 kg (trei dintre ele) și 9,9 kg (celelalte trei).

Testele au fost efectuate folosind o configurație simplă constând dintr-o tigaie, un cablu de oțel și un scripete (Figura 5.13). Sarcina a fost generată prin adăugarea diferitelor discuri cu greutate cunoscută.

#### 5.2.3.1 Măsurarea rigidității axiale

Pentru determinarea experimentală a rigidității axiale sa considerat schema de încărcare din Figura 5.13,a. Valorile măsurate sunt prezentate în Tabelul 5.4, iar graficele Deformare vs. Forță sunt prezentate în Figura 5.14.

Tabel 5.5 Valorile medii de rigiditate și deplasare obținute prin experiment – direcția sarcinii axiale

Forța [N]	98.1	196.2	293.32	390.44	487.56	585.66
$\delta_{m\_ax}$ [mm]	0.0032	0.0065	0.0097	0.0128	0.0159	0.0194
$k_{m\_ax}$ [N/m]	$30.656 \cdot 10^6$	$30.184 \cdot 10^6$	$30.239 \cdot 10^6$	$30.503 \cdot 10^6$	$30.664 \cdot 10^6$	$30.188 \cdot 10^6$

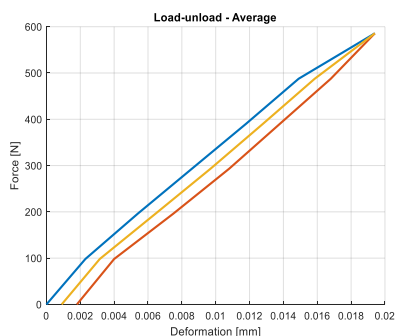


Figura 5.14 Graficul testelor de sarcină – sarcina axială a inelului

Valoarea medie a rigidităţii măsurate în direcţia axială, pe baza tabelului 5.5, este  $k_{m\_ax} = 30.405 \cdot 10^6 [N/m]$ .

### 5.2.3.2. Rigiditatea transversală

Pentru determinarea experimentală a rigidităţii transversale sa considerat schema de încărcare din Figura 5.13,b. Valorile măsurate sunt prezentate în Tabelul 5.7 şi Figura 5.15.

Tabelul 5.7 Valorile medii ale rigidităţii şi deplasării obţinute prin experiment (sarcină transversală)

Forţa [N]	0	98.1	196.2	293.32	390.44	487.56	585.66
$\delta_{m\_tr}$ [mm]	0	0.0032	0.0066	0.0099	0.0134	0.0166	0.0199
$k_{m\_tr}$ [N/m]	0	$30.656 \cdot 10^6$	$29.727 \cdot 10^6$	$29.628 \cdot 10^6$	$29.137 \cdot 10^6$	$29.371 \cdot 10^6$	$29.430 \cdot 10^6$

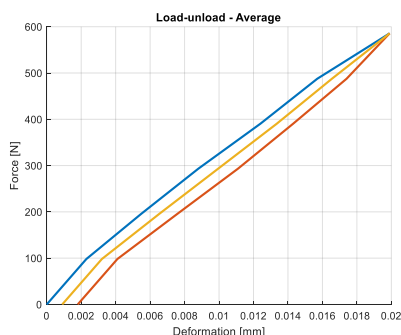


Figura 5.15 Graphics of load tests – transversal load of ring

În Tabelul 5.8 sunt prezentate valorile obţinute în toate cele trei metode: relaţii analitice (5.1) şi (5.2), prin Metoda Elementelor Finite şi prin măsurători. Valoarea medie a rigidităţii măsurate în direcţia axială, pe baza tabelului 5.7, este  $k_{m\_tr} = 29.658 \cdot 10^6 [N/m]$ .

Tabelul 5.8 Sinteza valorilor de rigiditate

Direcţia rigidităţii	Analitic	MEF	Măsurat
Axial	$28.227 \cdot 10^6 [N/m]$ (5.1)	$28.953 \cdot 10^6 [N/m]$	$30.405 \cdot 10^6 [N/m]$
Transversal	$27.983 \cdot 10^6 [N/m]$ (5.2)	$29.040 \cdot 10^6 [N/m]$	$29.658 \cdot 10^6 [N/m]$

## 5.3. Analiza modală a dinamometrului

### 5.3.1. Analiza modală analitică

Analiza modală se bazează pe ipoteza de liniaritate a sistemelor mecanice şi ca rezultat răspunsurile sistemelor dinamice liniare invariante în timp pot fi exprimate ca combinaţii liniare care includ mişcări armonice simple care sunt numite moduri naturale de vibraţie.

### 5.3.2. Analiza modală experimentală

Analiza modală experimentală constă în excitarea structurii cu un semnal de intrare și măsurarea, în diferite puncte, a răspunsului structurii. În acest fel se pot obține, experimental, funcțiile FRF. Practic, există două posibilități de excitare a structurii: ciocanul de impact și excitarea agitatorului.

### 5.3.3 Analiza modală a inelelor

Ca și în cazul analizei statice au fost luate în considerare ambele metode: una numerică, prin utilizarea FEM și una experimentală, teste modale.

#### 5.3.3.1. Analiza modală cu MEF

Pentru analiza FEM a comportamentului modal a fost considerat același model geometric definit în cazul analizei statice. Valorile raportului dintre masa efectivă și masa totală pentru cazul liber sunt prezentate în Tabelul 5.11.

Tabelul 5.11 Valorile raportului dintre masa efectivă și masa totală pentru cazul cazului liber liber

Mod	Frecv $f [Hz]$	Direcția de vibrație					
		Ox [%]	Oy [%]	Oz [%]	Rot. Ox [%]	Rot. Oy [%]	Rot. Oz [%]
1	77.7958	0.0002	0.0163	87.4974	47.6671	65.5851	0.0082
2	128.220	93.1194	0.0206	0.0000	0.0058	20.3265	28.3558
3	184.474	0.0001	0.0556	0.0000	0.0149	0.0001	5.8937
4	267.388	0.0153	90.7459	0.0025	38.1784	0.0003	53.7590
5	281.245	0.0015	5.5431	0.0007	3.5396	0.0002	3.3335
6	359.927	0.0000	0.0243	0.0005	0.0074	0.0006	3.2945
7	390.077	0.0034	0.0053	0.0004	0.0023	0.0021	0.0027
8	433.034	0.0000	0.0000	0.0047	0.0010	0.0037	0.0011
9	539.081	0.0001	0.0157	7.9250	3.9820	5.9502	0.0087
10	711.187	0.0034	3.2754	0.0026	1.0070	0.0051	2.0666
11	760.033	2.5978	0.0073	0.0000	0.0069	0.5702	0.6602
12	886.508	0.0002	0.0078	0.0061	2.4412	0.0062	0.0115
13	989.019	0.0150	0.0000	0.0255	0.0013	0.0383	0.0272
14	1037.05	0.0898	0.0044	3.0241	1.4767	2.7083	0.1849
15	1067.16	1.1352	0.0057	0.2809	0.0901	0.0019	1.8259
16	1089.76	2.0515	0.0000	0.0002	0.0007	0.4582	0.0047

#### 5.3.3.2. Analiza modală experimentală a inelului

Pentru testarea modală inelul a fost suspendat cu două elemente elastice și sa folosit metoda ciocanului de impact roving (Figura 5.20). S-a folosit o configurație simplă cu un accelerometru Brüel

& Kjær tip 4507 B și ciocanul de impact tip 8206-003 cu vârf din aluminiu, produs de aceeași companie (Figura 5.21). Măsurătorile FRF au fost efectuate folosind un soft specializat produs de compania Brüel & Kjær. Au fost efectuate următoarele setări: frecvența maximă măsurată – 3.200 Hz, numărul de linii – 800, timpul de declanșare – 5 ms, pentru a evita dubla lovitură, și medierea exponențială. Numărul total de serii a fost 10 și efectul de lovire dublă a fost ales după valoarea foarte mică a timpului selectat prin declanșare.

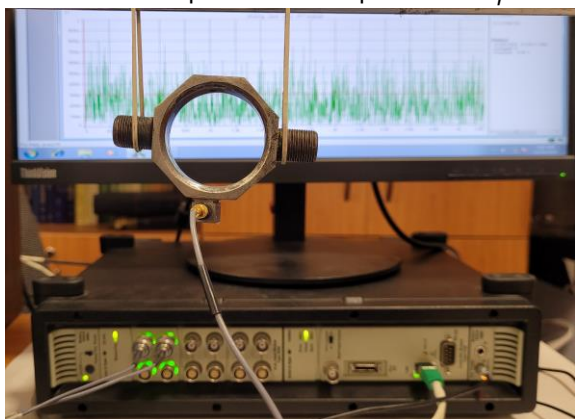


Figura 5.20 Ring fastening system

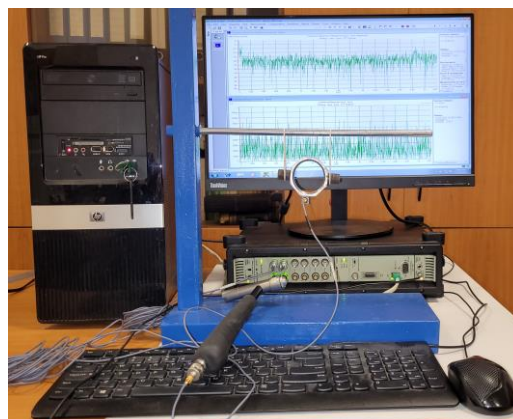


Figura 5.21 Set up for ring testing

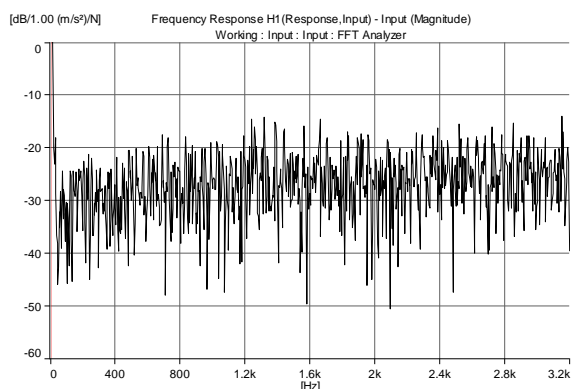


Figura 5.24 Representarea FRF - accelerance

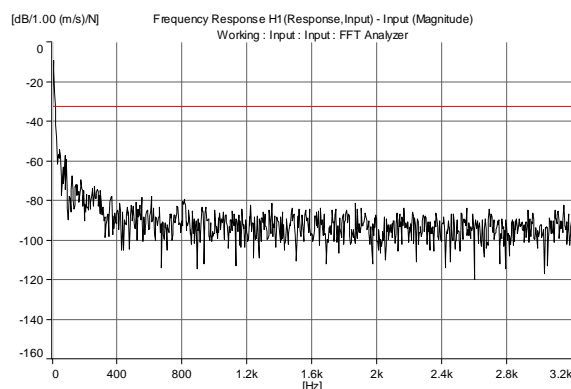


Figura 5.25 Representarea FRF - mobilitate

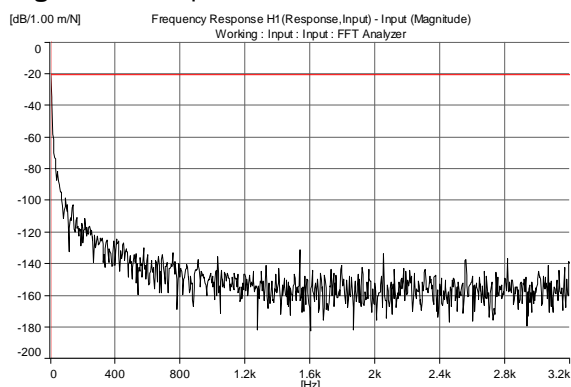


Figura 5.26 Representarea FRF - receptanță

Având în vedere datele experimentale obținute, în MATLAB sa aplicat procedura curbei de fit și sa obținut o funcție de frecvență vs. raport de amortizare (Figura 5.27). Forma funcției obținute este:

$$\zeta(f) = 130.4 \cdot f^{-0.848} - 0.05969 \quad (5.20)$$

cu  $R^2 = 0.9584$ .

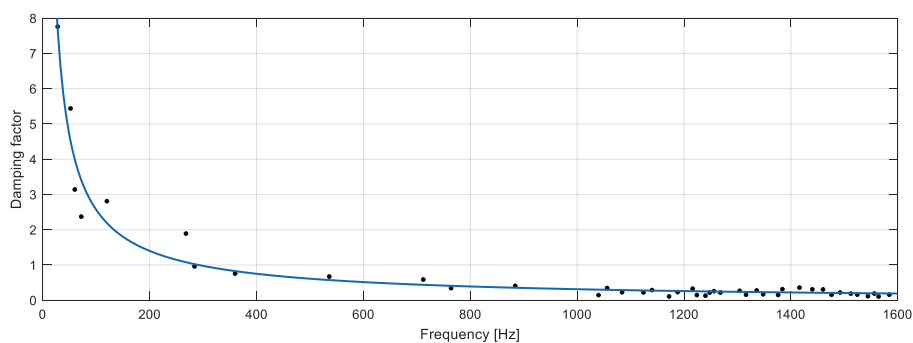


Figura 5.27 Variațiile raportului de amortizare față de frecvență

### 5.3.4. Analiza modală a ansamblului dinamometru

#### 5.3.4.1. Analiza modală a dinamometrului cu MEF

Geometria fiecărei componente a fost realizată în fișiere text scrise cu principalele comenzi pentru generarea geometriei. Asamblarea a fost realizată combinând toate componentele datorită funcției VADD (Figura 5.29, a, b și c). Elementele folosite pentru întregul dinamometru au fost SOLID 187 iar modelul este format din 37.667 de noduri și 21.767 de elemente (Figura 5.29,d).

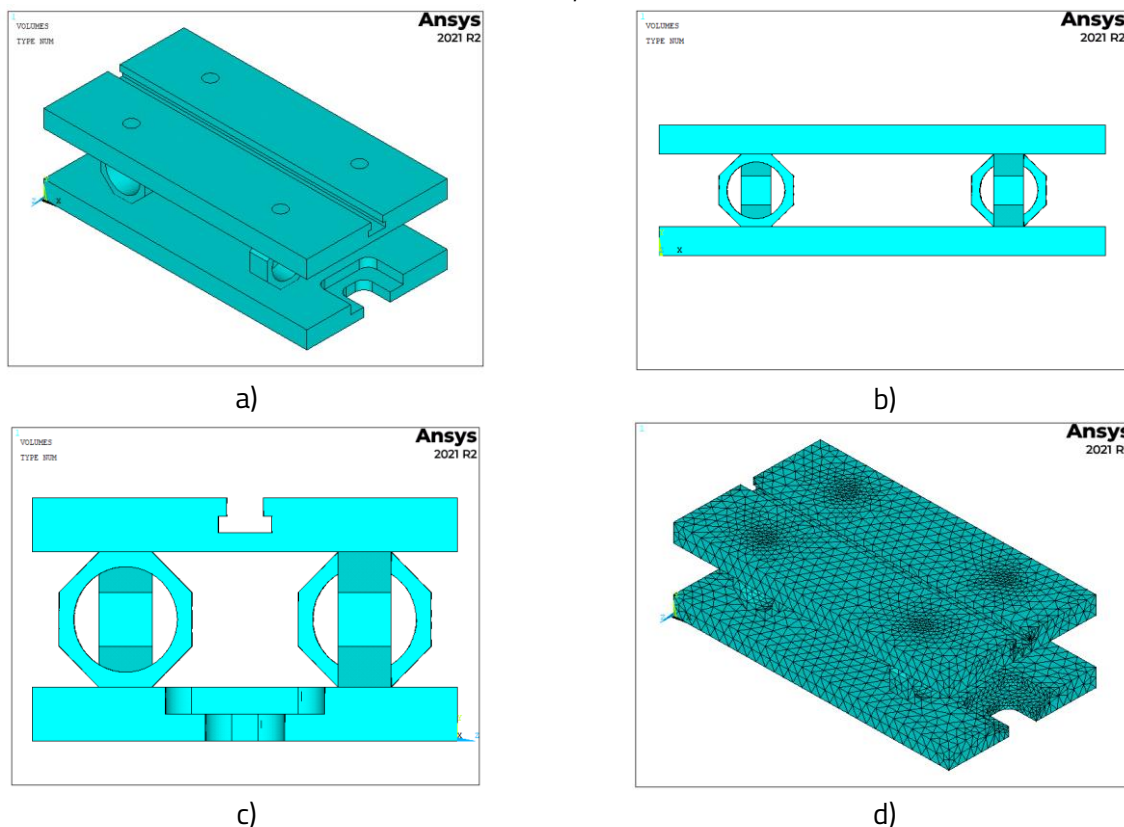


Figura 5.29 Dinamometru: a) vedere izometrică; b) vedere frontală; c) vedere laterală; d) modelul elementelor finite

Ca condiții de limită s-a considerat că placa de fund este fixată pe mașina de frezat și pentru toate nodurile situate ale suprafeței care este pusă pe masa mașinii-unelte gradele de libertate au fost

considerate zero (deplasări și rotații). Au fost luate în considerare frecvențele naturale în domeniul  $0 \div 1600$  Hz iar rezultatele sunt prezentate în Tabelul 5.13. După cum se poate observa, primele 7 au o influență puternică în comportamentul modal al dinamometrului.

Tabelul 5.13 Frecvențele naturale ale dinamometrului

Modul	Frecv. $f$ [Hz]	Direcția de vibrație					
		Ox [%]	Oy [%]	Oz [%]	Rot. Ox [%]	Rot. Oy [%]	Rot. Oz [%]
1	425.80	0.0055	0.0000	47.3631	32.7691	28.1334	0.0033
2	447.74	48.3014	0.0000	0.0047	0.0064	7.8637	13.4342
3	465.14	0.0011	0.0192	0.0000	0.0103	12.4858	0.0096
4	856.96	0.0001	48.2354	0.0002	26.1388	0.0155	33.2313
5	878.66	1.8608	0.0024	0.0007	0.0048	0.2870	7.1611
6	935.27	0.0000	0.0035	2.8442	3.1382	1.6740	0.0353
7	1018.49	0.0000	1.4733	0.0000	0.7805	0.0341	0.9896
8	1240.17	0.0000	0.0597	0.0000	0.0314	0.0130	0.0435

#### 5.3.4.2. Analiza modală experimentală a dinamometrului folosind ciocanul de impact

Excitarea structurii, în ambele cazuri, s-a făcut în direcția longitudinală a dinamometrului (Ox - axa) și în direcția transversală a acestuia (Oy - axa) (Figura 5.31). Dinamometrul a fost fixat pe masa mașinii-unelte și s-au montat pe toate cele cinci direcții luate în considerare, s-au montat un număr de 5 accelerometre (Figura 5.31) în cele două direcții plan (pozițiile 1, 2, 3 și 4) și vertical (poziția 5), tip 4507 Bx (Brüel & Kjaer).

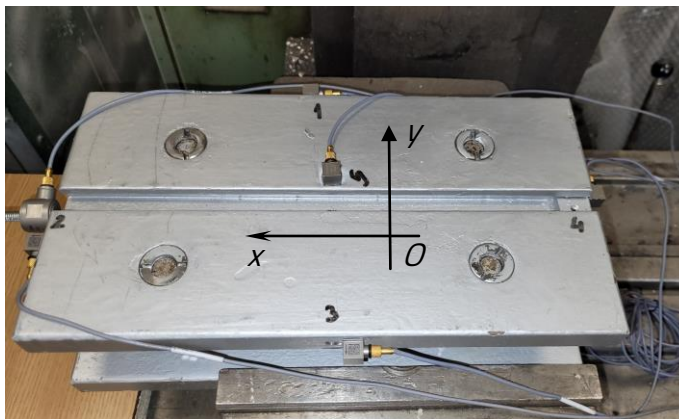


Figura 5.31 Instalation of the four accelerometers

##### a) Lovitură în direcția Ox

Funcțiile de Răspuns în frecvență măsurate sunt prezentate în Figura 5.32, iar valorile înregistrate sunt prezentate în Anexa 1. Sunt prezentate următoarele mărimi:

- valorile frecvențelor naturale găsite la nivelul accelerometrelor 2 și 4;
- factorul de amortizare  $\zeta$  [%];
- partea reală și imaginară a funcției de răspuns în frecvență, dată în unități de receptanță  $[m/N]$ .

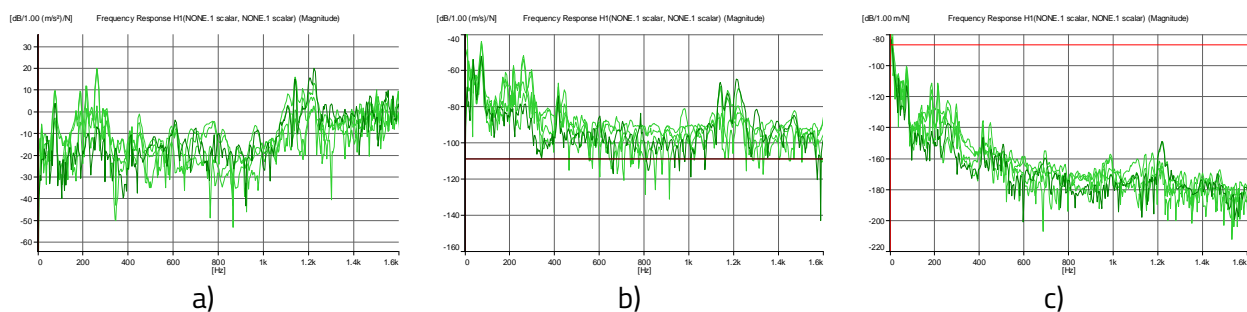


Figura 5.32 FRF pentru toate punctele de măsurare: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță

Pe baza datelor măsurate prezentate s-au găsit diferite funcții pentru variația de amortizare în funcție de frecvență, folosind comanda de ajustare a curbei din MATLAB (Figurile 5.33):

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 367.9 \cdot f^{-0.9474}$ ,  $R^2 = 0.9106$ ; (5.21)

- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 424.3 \cdot f^{-0.9883} + 0.1247$ ,  $R^2 = 0.9110$ ; (5.22)

- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 14.77 \cdot e^{-0.009179f}$ ,  $R^2 = 0.8143$ ; (5.23)

- Funcția exponențială de ordin 2:  

$$\zeta(f) = 83.87 \cdot e^{-0.06501f} + 5.297 \cdot e^{-0.0030454f}$$
,  $R^2 = 0.9181$  (5.24)

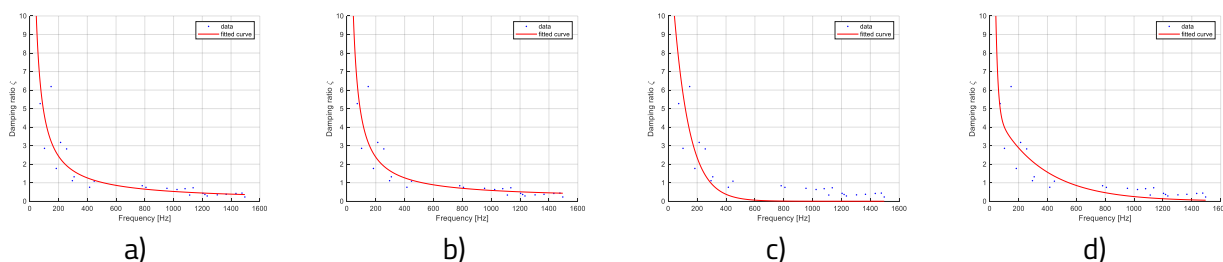


Figura 5.33 Aproximarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometre ② și ④)

Următoarea analiză a fost făcută pentru datele măsurate în cazul accelerometrelor ① și ③, situate pe direcția  $Oy$  (Figura 5.34). Funcțiile obținute sunt prezentate în Figurile 5.34:

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 104.2 \cdot f^{-0.7408}$ ,  $R^2 = 0.9158$ ; (5.25)

- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 72.31 \cdot f^{-0.636} - 0.3266$ ,  $R^2 = 0.9128$ ; (5.26)

- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 6.627 \cdot e^{-0.004778f}$ ,  $R^2 = 0.8425$ ; (5.27)

- Funcția exponențială de ordin 2:  

$$\zeta(f) = 7.681 \cdot e^{-0.01099f} + 1.322 \cdot e^{-0.0007568f}$$
,  $R^2 = 0.9389$  (5.28)

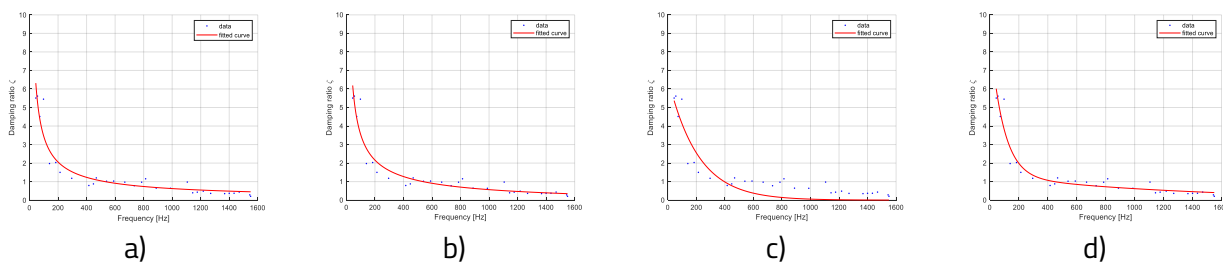


Figura 5.34 Ajustarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometre ① și ③)

## b) Lovitură în direcţia Oy

Semnalele înregistrate sunt prezentate în Figura 5.35 pentru toate accelerometrele și pentru toate FRF-urile. Valorile datelor de interes sunt prezentate în Anexa 3 - valori măsurate la nivelul accelerometrelor ② și ④ (Figura 5.31), și Anexa 4 - valori măsurate la nivelul accelerometrelor ① și ③ (Figura 5.31).

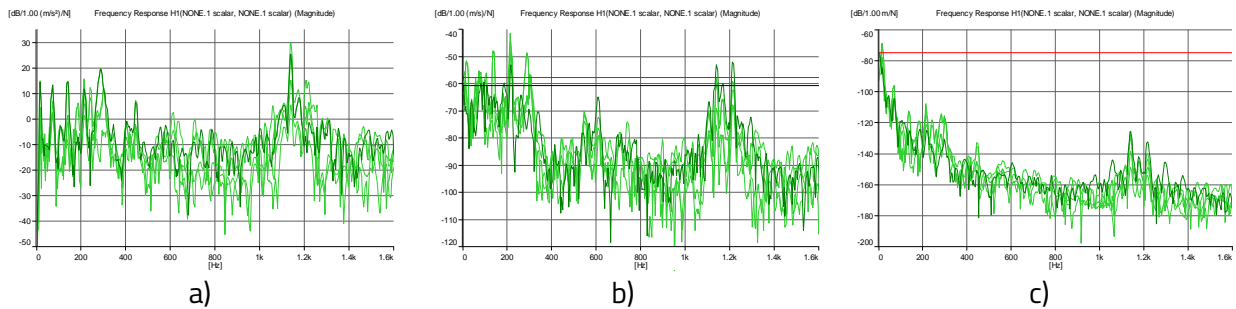


Figura 5.35 FRF pentru toate punctele de măsurători: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță

S-a considerat cazul receptanței FRF pentru a extrage frecvențele naturale și raportul de amortizare pe ambele direcții. Având în vedere datele din Anexa 3 au fost luate în considerare, ca și în cazul precedent, patru tipuri de funcții: putere de gradul I și II și exponențială de ordinul I și II (Figura 5.36):

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 136.9 \cdot f^{-0.7599}$ ,  $R^2 = 0.9425$ ; (5.29)
- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 180.8 \cdot f^{-0.8375} + 0.2229$ ,  $R^2 = 0.9437$ ; (5.30)
- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 8.321 \cdot e^{-0.05234f}$ ,  $R^2 = 0.8204$ ; (5.31)
- Funcția exponențială de ordin 2:

$$\zeta(f) = 41.32 \cdot e^{-0.04732f} + 3.339 \cdot e^{-0.001551f}, \quad R^2 = 0.9425 \quad (5.32)$$

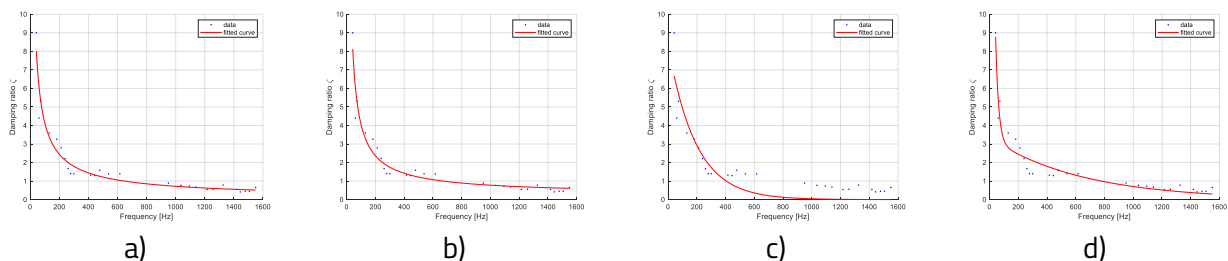


Figura 5.36 Ajustarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometre ② și ④)

For the measurements in Oy direction there were obtained there were defined the following functions for damping ratio vs. frequency that are presented in Figuras 5.37:

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 53.09 \cdot f^{-0.5993}$ ,  $R^2 = 0.9379$ ; (5.33)
- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 41.2 \cdot f^{-0.491} - 0.6965$ ,  $R^2 = 0.9451$ ; (5.34)
- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 9.619 \cdot e^{-0.007727f}$ ,  $R^2 = 0.8263$ ; (5.35)
- Funcția exponențială de ordin 2:

$$\zeta(f) = 10.04 \cdot e^{-0.0187f} + 2.318 \cdot e^{-0.001144f}, \quad R^2 = 0.9442 \quad (5.36)$$



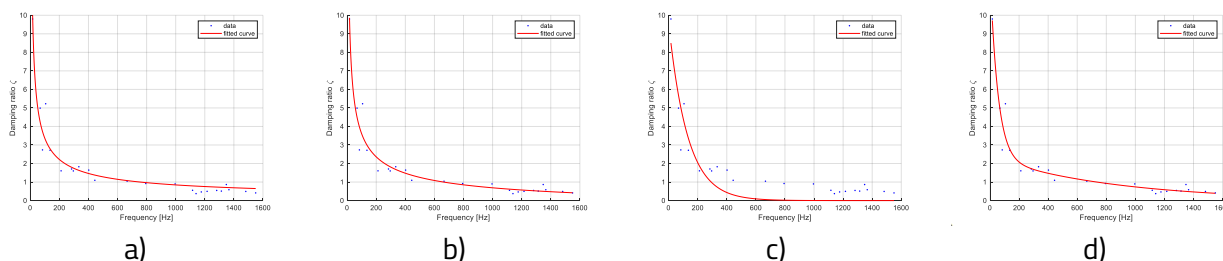


Figura 5.37 Ajustarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometrele ① și ③)

### 5.3.4.3. Analiza modală experimentală a dinamometrului folosind agitatorul

Semnalul aleator de intrare a fost generat folosind același agitator conectat la un amplificator. Semnalul a fost introdus de o tijă elastică. Între tijă și dinamometru a fost montat un traductor Forța tip 8230-003, produs de firma Brüel & Kjaær. Semnalul a fost generat folosind facilitatile platformei PULSE 12 și softul adecvat. Pentru testare a fost folosit un semnal aleator, în banda 0 ÷ 1600 Hz.

#### a) Semnal aleator pe direcția Ox

Primul test a fost efectuat luând în considerare excitația pe direcția Ox (Figura 5.31). Configurația este prezentată în Figura 5.38, iar FRF-urile obținute sunt prezentate în Figura 5.39. S-a considerat cazul receptanței FRF pentru a extrage frecvențele naturale și raportul de amortizare pe ambele direcții.



Figura 5.38 Testul modal al dinamometrului utilizând semnalul de intrare a agitatorului în direcția longitudinală (direcția Ox)

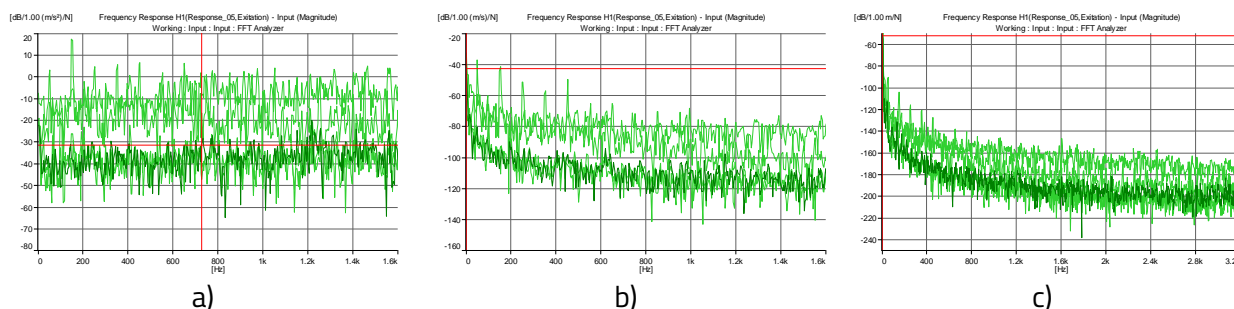


Figura 5.39 FRFs for all points of measurements: a) accelerance; b) mobility; c) receptance

Considering the measured data there were considered, as in the previous case, four types of functions: power of first and second degree and exponential of first and second order (Figura 5.40):

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 452.9 \cdot f^{-1.082}$ ,  $R^2 = 0.9612$ ; (5.37)

- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 693.2 \cdot f^{-1.19} - 0.1194$ ,  $R^2 = 0.9640$ ; (5.38)

- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 9.152 \cdot e^{-0.008954f}$ ,  $R^2 = 0.8496$ ; (5.39)

- Funcția exponențială de ordin 2:  
$$\zeta(f) = 15.08 \cdot e^{-0.02071f} + 1.339 \cdot e^{-0.00144f}$$
,  $R^2 = 0.9699$  (5.40)

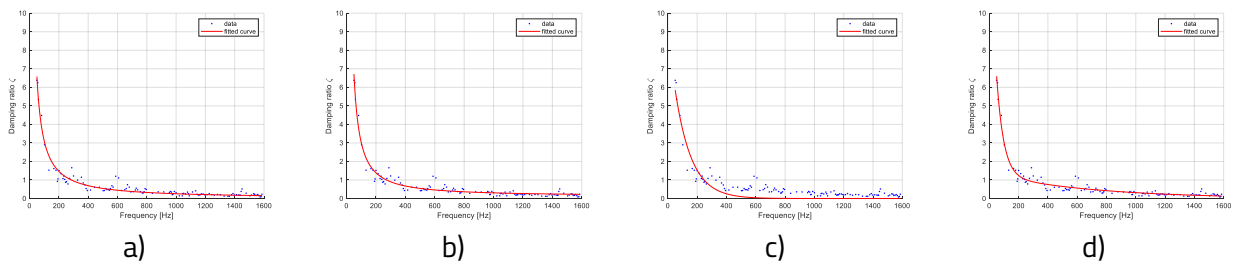


Figura 5.40 Ajustarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometrele ② și ④)

Având în vedere datele măsurate, au fost definite patru tipuri de funcții: putere de gradul I și II și exponențială de ordinul I și II (Figura 5.41):

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 140.8 \cdot f^{-0.8734}$ ,  $R^2 = 0.9307$ ; (5.41)

- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 115.3 \cdot f^{-0.8198} - 0.08336$ ,  $R^2 = 0.9317$ ; (5.42)

- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 5.31 \cdot e^{-0.005558f}$ ,  $R^2 = 0.8289$ ; (5.43)

- Funcția exponențială de ordin 2:  
$$\zeta(f) = 6.763 \cdot e^{-0.01177f} + 0.8584 \cdot e^{-0.009029f}$$
,  $R^2 = 0.9512$  (5.44)

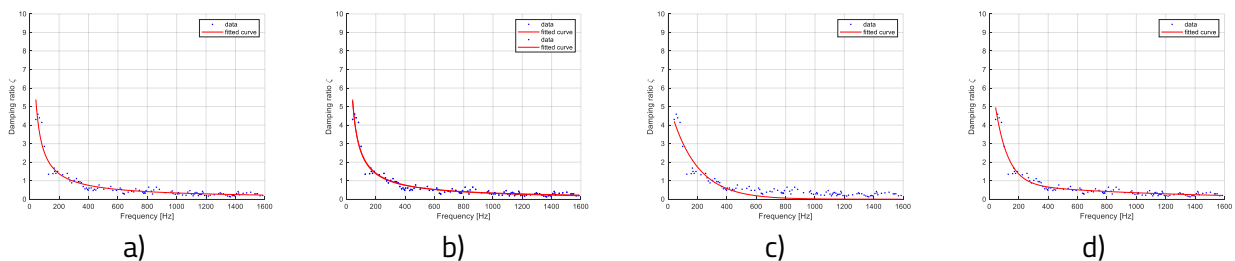


Figura 5.41 Ajustarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometrele ① și ③)

## b) Semnal aleator în direcția Oy

Primul test a fost efectuat luând în considerare excitația pe direcția Oy (Figura 5.42), iar funcțiile FRF obținute sunt prezentate în Figura 5.43.



Figura 5.42 Testul modal al dinamometrului folosind semnalul de intrare a agitatorului în direcție transversală (direcția Oy)

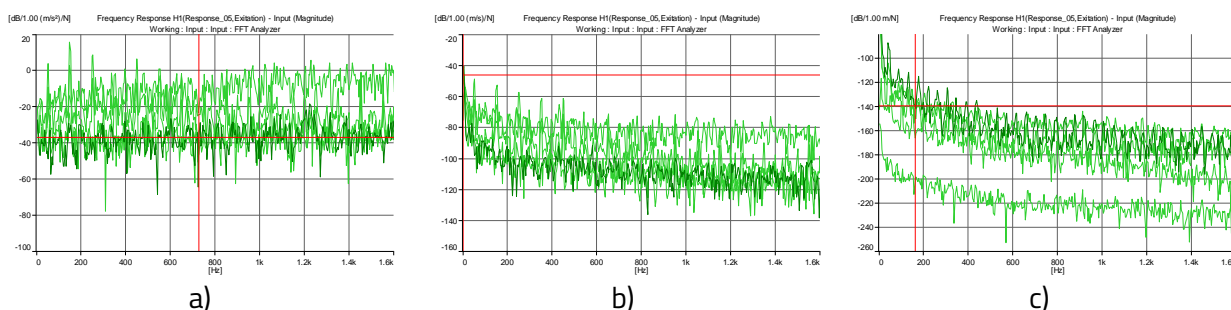


Figura 5.43 Funcțiile FRF pentru toate punctele de măsurători: a) accelerație; b) mobilitate; c) receptanță

Având în vedere datele măsurate, au fost definite patru tipuri de funcții: putere de gradul I și II și exponențială de ordinul I și II (Figura 5.44):

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 114.1 \cdot f^{-0.8319}$ ,  $R^2 = 0.9101$ ; (5.46)

- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 52.03 \cdot f^{-0.6132} - 0.4615$ ,  $R^2 = 0.9276$ ; (5.47)

- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 4.40 \cdot e^{-0.004071f}$ ,  $R^2 = 0.8694$ ; (5.48)

- Funcția exponențială de ordin 2:  

$$\zeta(f) = 5.175 \cdot e^{-0.009699f} + 1.051 \cdot e^{-0.001245f}$$
,  $R^2 = 0.9354$  (5.49)

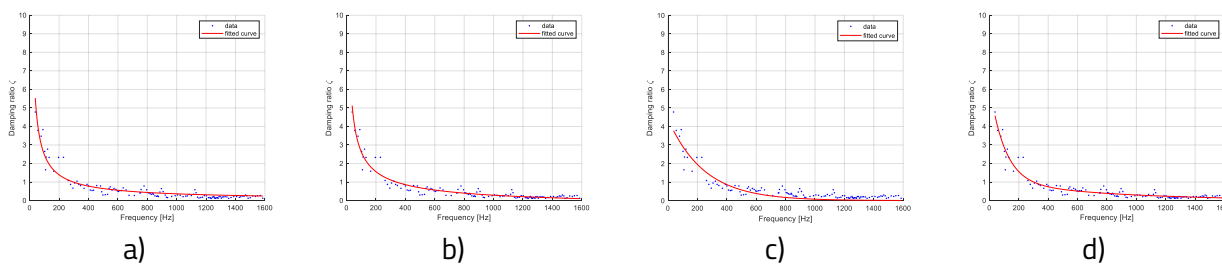


Figura 5.44 Potrivirea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometrele ② and ④)

Având în vedere datele măsurate, au fost definite patru tipuri de funcții: putere de gradul I și II și exponențială de ordinul I și II (Figura 5.45):

- Funcția putere de gradul 1:  $\zeta(f) = 287.4 \cdot f^{-0.9818}$ ,  $R^2 = 0.9101$ ; (5.50)

- Funcția putere de gradul 2:  $\zeta(f) = 389.3 \cdot f^{-1.061} + 0.1127$ ,  $R^2 = 0.9437$ ; (5.51)

- Funcția exponențială de ordin 1:  $\zeta(f) = 7.427 \cdot e^{-0.00701f}$ ,  $R^2 = 0.7854$ ; (5.52)

- Funcția exponențială de ordin 2:

$$\zeta(f) = 26.18 \cdot e^{-0.03717f} + 2.527 \cdot e^{-0.002214f}, R^2 = 0.9414 \quad (5.53)$$

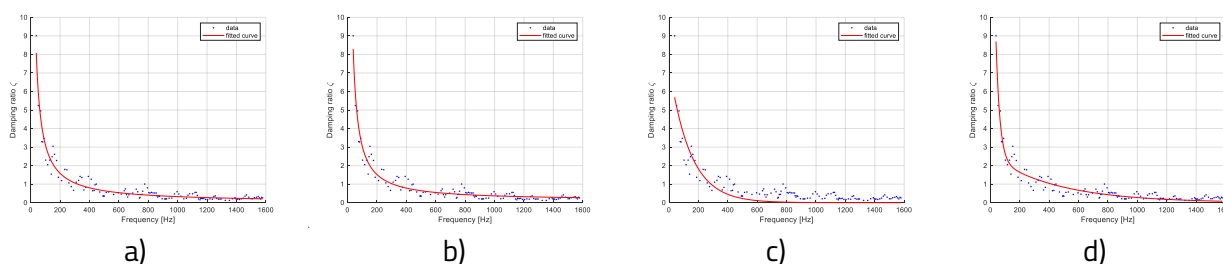


Figura 5.45 Ajustarea curbei: a) funcție de putere de gradul I; b) funcție de putere de gradul II; c) exponențial de ordinul întâi; d) exponențial de ordinul doi (accelerometre ① și ③)

## 5.4. Transmisibilitatea dinamometrului

Următorul pas în analiza dinamometrului a fost aflarea coeficientului de transmisibilitate pe ambele direcții: longitudinal și transversal. Pentru a afla coeficientul au fost montate patru traductoare Forța tip 8230-003, conectate cu inelele octogonale, așa cum este prezentat în Figura 5.3, și al cincilea pe șirul conectat între agitator și dinamometru (Figura 5.38 și Figura 5.42). Au fost efectuate teste în ambele direcții: longitudinal și transversal și s-a folosit un semnal de excitație aleatoriu. Răspunsul înregistrat a fost realizat într-un interval de frecvență de 0 ÷ 1600 Hz. Coeficientul de transmisibilitate a fost definită considerând ca intrare Forța cea generată de dinamometru, în domeniul frecvenței ( $F_{d\_in}(\omega)$ ) a fost definită considerând ca intrare Forța cea generată de shaker, în domeniul frecvenței ( $F_{d\_out}(\omega)$ ):

$$T_D = \frac{F_{d\_out}}{F_{d\_in}(\omega)} \quad (5.54)$$

Pe baza acestei relații Forța de tăiere, considerată Forța de intrare, este:

$$F_{d\_in}(\omega) = \frac{F_{d\_out}}{T_D} \quad (5.55)$$

### 5.4.1. Semnal de intrare aleator în directive longitudinală (direcția Ox)

Primul test a fost efectuat introducând un semnal aleator în direcția longitudinală (Figura 5.38).

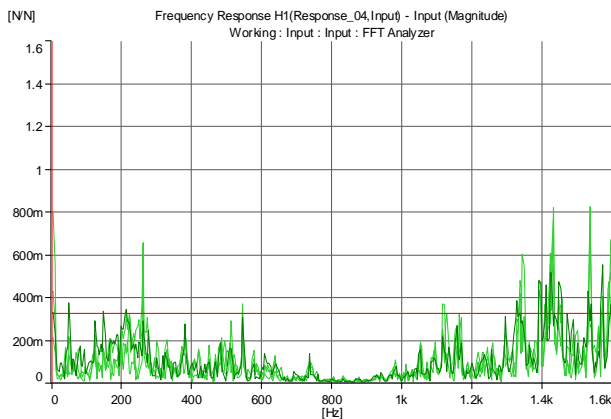
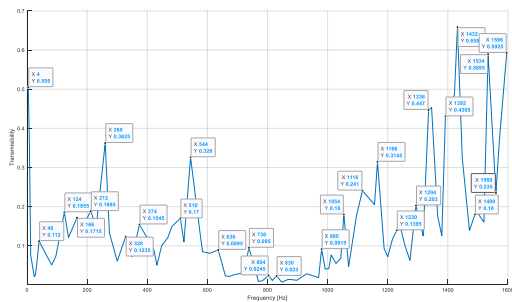


Figura 5.47 Funcțiile FRF coeficientului de transmisibilitate pentru toate cele patru traductoare Forța

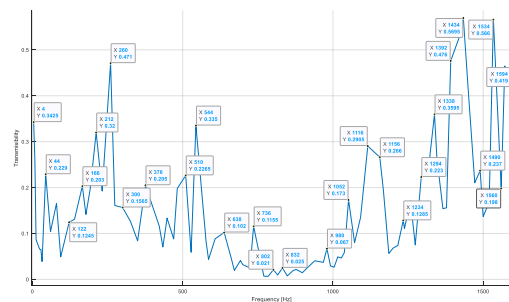
Coeficientul de transmisibilitate a fost obținut considerând FRF dat de raportul dintre Forța traductorului măsurată în domeniul frecvenței și Forța de intrare măsurată în domeniul frecvenței (Figura 5.47).

Pe baza softului MATLAB sa realizat un script pentru evidențierea valorilor transmisibilității și a evaluării în funcție de frecvență (Figura 5.48).

Au fost utilizate valorile medii ale frecvenței și coeficientului de transmisibilitate  $T_D$  (Figura 5.48).



a)



b)

Figura 5.48 Reprezentarea transmisibilității în cazul semnalului aleator de intrare a vibratorului axial: a) valoare medie pentru traductoarele 1 și 3; b) valoarea medie pentru traductoarele 2 și 4;

### 5.4.2. Semnal aleator transversal

Următorul test a fost făcut pentru a obține transmisibilitatea în direcție transversală. S-a introdus un semnal aleator în direcție transversală (Figura 5.31-direcția  $O_y$ ).

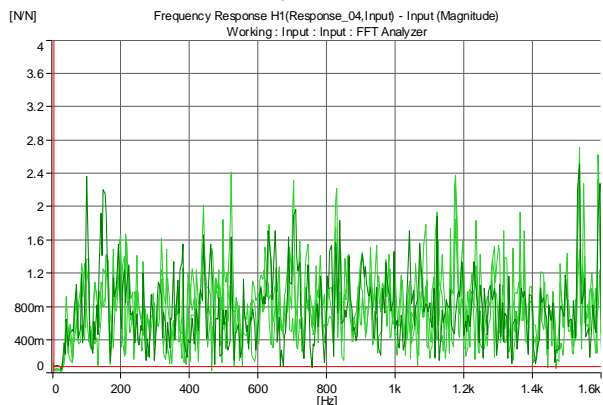
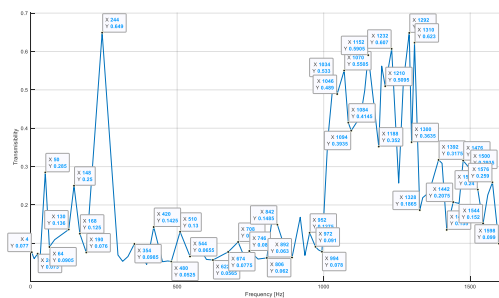


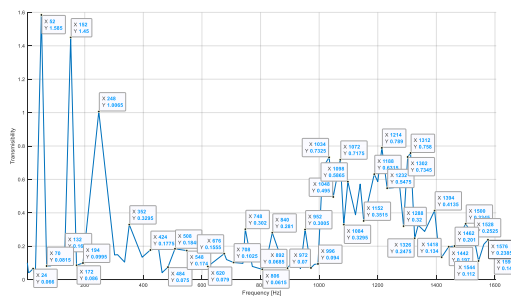
Figura 5.49 Funcțiile FRF coeficientului de transmisibilitate pentru toate cele patru traductoare Forța

Coeficientul de transmisibilitate a fost obținut considerând FRF-ul dat de raportul dintre Forța traductorului măsurată în domeniul frecvenței și Forța de intrare măsurată în domeniul frecvenței (Figura 5.49).

Pe baza softului MATLAB sa realizat un script pentru evidențierea valorilor transmisibilității și evaluarea în funcție de frecvență (Figura 5.49). Au fost utilizate valorile medii ale frecvenței și coeficientului de transmisibilitate  $T_D$ .



a)



b)

Figura 5.50 Reprezentarea transmisibilității în cazul semnalului aleator de intrare a vibratorului transversal: a) valoare medie pentru traductoarele 1 și 3; b) valoarea medie pentru traductoarele 2 și 4

## 5.5. Analiza modală experimentală a sculei de tăiere folosind ciocanul de impact

### 5.5.1. Descrierea testului

Pentru analiza modală a instrumentului a fost folosit un accelerometru triaxial miniatural DeltaTron Tip 4504A produs de Brüel & Kjær. Accelerometrul a fost montat pe suprafața plăcii sculei (Figura 5.53).

Au fost efectuate două teste diferite folosind un ciocan tip 8206 cu vârf din aluminiu:

- o lovitură în direcția  $O_x$  și au fost măsurate FRF-urile de mobilitate în ambele direcții  $O_x$  și  $O_y$ ;
- o lovitură în direcția  $O_y$  și au fost măsurate FRF-urile de mobilitate în ambele direcții  $O_x$  și  $O_y$ ;



a)



b)

Figura 5.53 Testul modal al sculei de frezat: a) accelerometrul montat pe unealta de frezat; b) test modal cu ciocan

Obiectivele principale ale acestor încercări au fost obținerea valorilor rigidității modale, amortizării modale și masei modale necesare pentru a simula comportamentul modal al procesului de frezare având în vedere viteza axului mașinii-unelte utilizate.

### 5.5.2. Test în direcția de avans (Ox direction)

La început s-au aplicat lovituri în direcția longitudinală a sculei de frezat. În Figura 5.54 sunt prezentate FRF-urile de mobilitate suprapuse obținute prin metoda ciocanului.

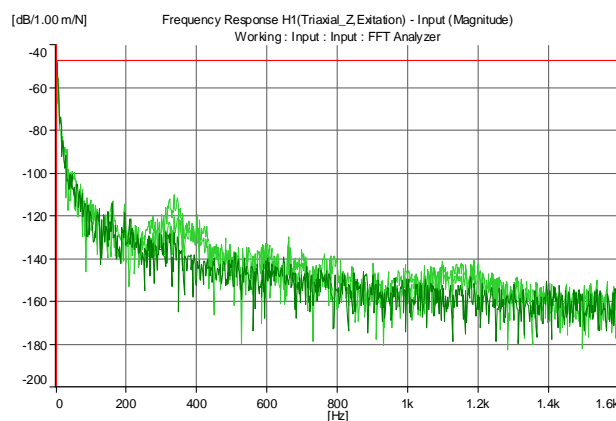


Figura 5.54 Funcțiile FRF măsurate în urma unei lovituri în direcția Ox

Au fost definite patru funcții raportul de amortizare față de frecvență, iar cea mai bună aproximare pentru direcția Ox lovită în aceeași direcție a fost dată de:

$$\zeta_{xx}(f) = 20.91e^{-0.05351f} + 1.457e^{-0.002501f} \quad (5.57)$$

S-au găsit valorile raportului de amortizare pe direcția Oy ca lovit în direcția Ox și cea mai bună aproximare a fost dată de funcția:

$$\zeta_{yx}(f) = 17.32e^{-0.07848f} + 5.065e^{-0.01106f} \quad (5.60)$$

### 5.5.3. Teste pe direcția perpendiculară pe alimentare (direcția Oy)

Următoarele teste se referă la lovirea în direcția Oy și la măsurarea funcțiilor FRF în direcțiile Ox și Oy. Funcțiile FRF obținute sunt prezentate în Figura 5.59.

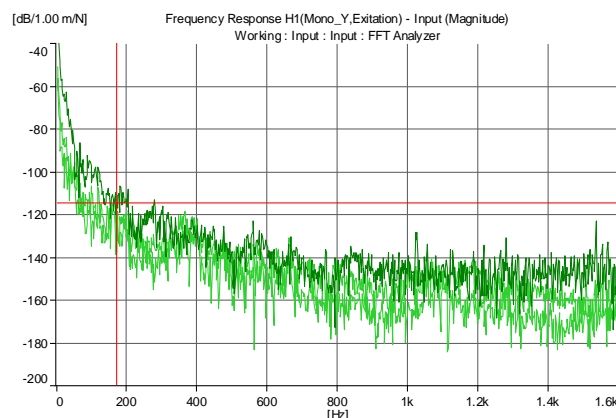


Figura 5.59 Funcțiile FRF măsurate în urma unei lovituri în direcția Oy

S-a determinat o funcție similară pentru variația raportului de amortizare în funcție de frecvență ca urmare a lovirii în direcția Ox:

- pentru direcția Ox:  $\zeta_{xy}(f) = 18.48e^{-0.09025f} + 4.202e^{-0.008556f}$ ; (5.63)

- pentru direcția:  $\zeta_{yy}(f) = 19.48e^{-0.03806f} + 0.9074e^{-0.001036f}$ . (5.66)

## 5.6. Analiza modală a sculei cu MEF

### 5.6.1. Modelul cu elemente finite

Discretizarea MEF (mesh) a fost realizată folosind soft-ul HyperMesh. Pentru această discretizare s-au folosit elemente hexaedrice datorită stabilității în calculul tensiunii/deformației și, de asemenea, datorită obținerii rapide a soluției. Tipul de discretizare și criteriul de discretizare sunt prezentate în Figura 5.65 fiind obținute un număr de 66.338 elemente și 263.284 de noduri.

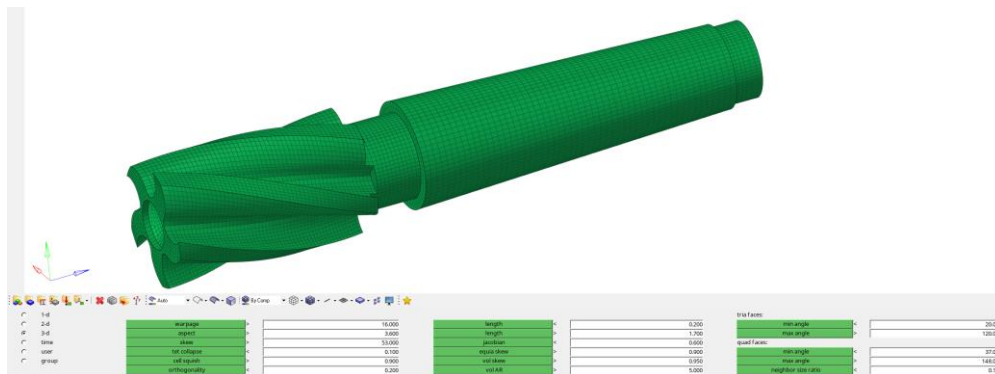


Figure 5.65 Criteriul de discretizare

Următorul pas pentru a reproduce mai bine condițiile reale de testare a fost cel de selectare/definire a regiunilor de lovire cu ciocanul de impact și regiunea în care a fost montat accelerometrul triaxial. Regiunea lovirii ciocanului de impact poate fi observată în Figura 5.67 colorată în albastru, iar locația pentru montarea accelerometrului triaxial a fost selectată/evidențiată în verde.

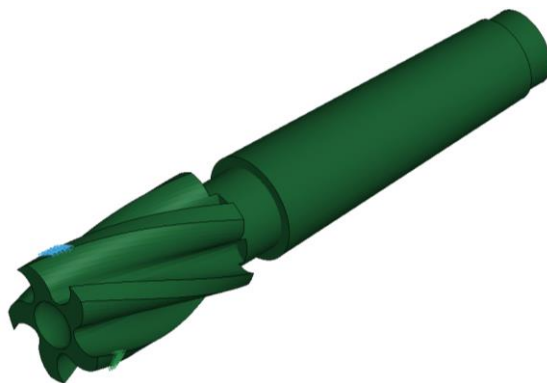


Figure 5.67. Localizarea punctului de impact și de măsurătoare



În Tabelu 5.17 sunt prezentate primele şase frecvenţe proprii iar în Figura 5.68 este reprezentarea grafică a modurilor de vibraţie.

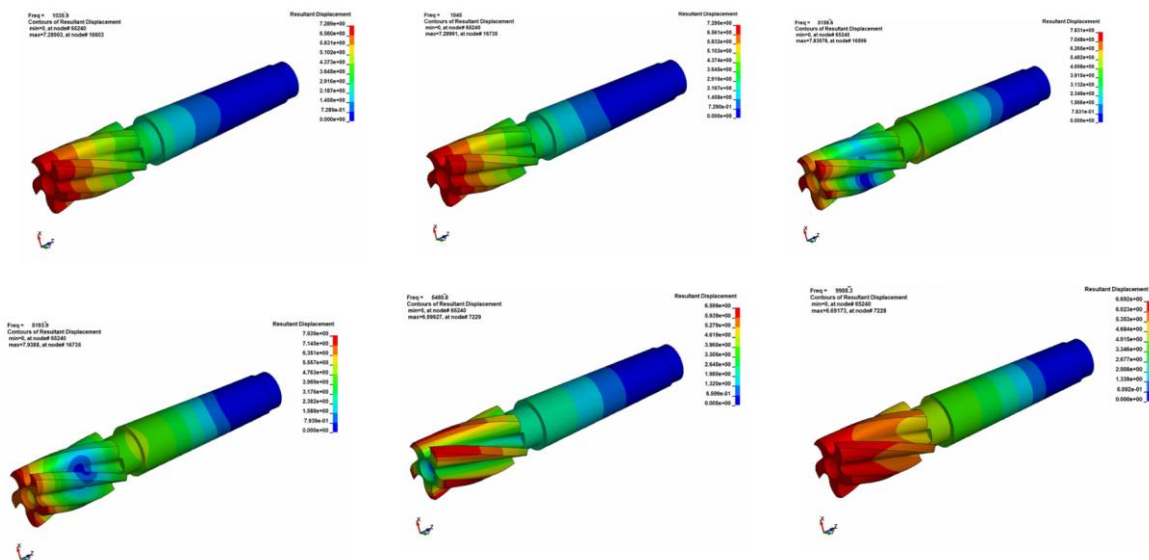


Figure 5.68 Primele şase moduri proprii ale sculei de frezat

Table 5.17 The first 6 natural frequency calculated with FEM for milling drill

Mode	1	2	3	4	5	6
Frequency [Hz]	1036	1045	5159.6	5193.9	5469.8	9988.3

### 5.6.2. Răspunsul în frecvenţă al sculei

Pentru a extrage frecvenţele proprii relevante, s-au desfăşurat analiza FRF.

În figurile 5.69, 5.70 și 5.71 sunt prezentate Funcţiile de răspuns în frecvenţă corespunzătoare fiecărei.

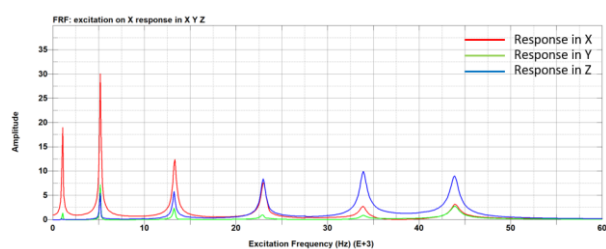


Figure 5.69 FRF pe direcţia Ox

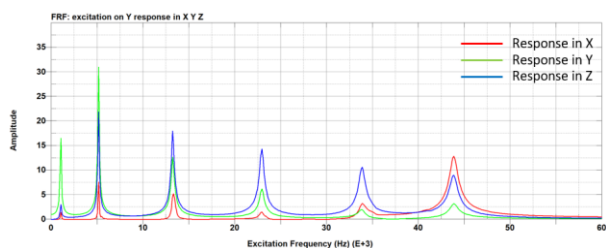


Figure 5.70 FRF pe direcţia Oy

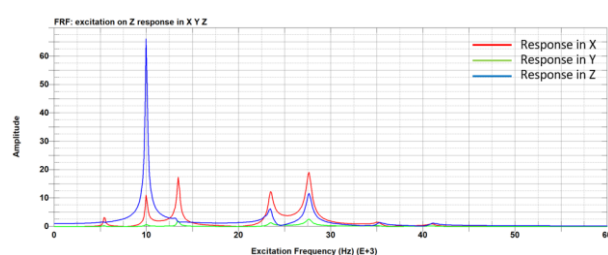


Figure 5.71 FRF pe direcţia Oz

## 5.7. Măsurarea forţelor de aşchiere

Dinamometrul a fost montat pe masa maşinii-unelte de frezat având ataşate toate cele cinci traductoare Forţa (Figura 5.64).



Figura 5.72 The dynamometer mounted on the Tabel of milling machine-tool type PROMA FHV-50PD/2

Au fost efectuate măsurători pentru următoarele regimuri:

### Test 1 – Avans în direcţia de aşchiere

Material: Duraluminiu

Turaţia frezei:  $n = 360 \text{ rot/min}$

Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$

Adâncimea de aşchiere:  $t = 2 \text{ mm}$

Pe baza coeficientului de transmisibilitate au fost găsite următoarele valori pentru forţele de aşchiere:

Traductor de forţă 1 – direcţia longitudinală  $F_{1x} = 139.52 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 2 – transversal direction  $F_{2y} = 640.73 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 3 – direcţia longitudinală  $F_{3x} = 511.18 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 4 – transversal direction  $F_{4y} = 273.55 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 5 – vertical direction  $F_{5z} = 182.13 \text{ [N]}$ ;

### Test 2 – Aşchiere împotriva sensului de avans

Material: Duraluminiu

Turaţia frezei:  $n = 360 \text{ rot/min}$ ; Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 2 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient, there are obtained the following values of cutting Forças:

Traductor de forţă 1 – direcţia longitudinală  $F_{1x} = 38.09 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 2 – transversal direction  $F_{2y} = 76.93 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 3 – direcţia longitudinală  $F_{3x} = 169.65 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 4 – transversal direction  $F_{4y} = 127.27 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 5 – vertical direction  $F_{5z} = 104.16 \text{ [N]}$ ;

### Test 3 – Avans în direcţia de aşchiere

Material: Duraluminiu

Turaţia frezei:  $n = 580 \text{ rot/min}$ ; Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 2 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient there are obtained the following values of cutting Forças:

Traductor de forţă 1 – direcţia longitudinală  $F_{1x} = 50.79 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 2 – transversal direction  $F_{2y} = 97.95 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 3 – direcţia longitudinală  $F_{3x} = 169.55 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 4 – transversal direction  $F_{4y} = 81.75 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 5 – vertical direction  $F_{5z} = 54.07 \text{ [N]}$ ;



#### Test 4 – Aşchiere împotriva sensului de avans

Material: Duraluminu

Turația frezei:  $n = 580 \text{ rot/min}$ ; Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 2 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient there are obtained the following values of cutting Forças:

Traductor de forță 1 – direcția longitudinală  $F_{1x} = 44.95 [N]$ ;

Traductor de forță 2 – transversal direction  $F_{2y} = 128.71 [N]$ ;

Traductor de forță 3 – direcția longitudinală  $F_{3x} = 138.61 [N]$ ;

Traductor de forță 4 – transversal direction  $F_{4y} = 68.50 [N]$ ;

Traductor de forță 5 – vertical direction  $F_{5z} = 65.92 [N]$ ;

#### Test 5 – Avans în direcția de aşchiere

Material: Alloy steel

Turația frezei:  $n = 360 \text{ rot/min}$ ; Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 1 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient there are obtained the following values of cutting Forças:

Traductor de forță 1 – direcția longitudinală  $F_{1x} = 36.48 [N]$ ;

Traductor de forță 2 – transversal direction  $F_{2y} = 91.75 [N]$ ;

Traductor de forță 3 – direcția longitudinală  $F_{3x} = 133.12 [N]$ ;

Traductor de forță 4 – transversal direction  $F_{4y} = 99.67 [N]$ ;

Traductor de forță 5 – vertical direction  $F_{5z} = 54.62 [N]$ ;

#### Test 6 – Aşchiere împotriva sensului de avans

Material: Alloy steel

Turația frezei:  $n = 360 \text{ rot/min}$ ; Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 1 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient there are obtained the following values of cutting Forças:

Traductor de forță 1 – direcția longitudinală  $F_{1x} = 36.48 [N]$ ;

Traductor de forță 2 – transversal direction  $F_{2y} = 36.06 [N]$ ;

Traductor de forță 3 – direcția longitudinală  $F_{3x} = 129.96 [N]$ ;

Traductor de forță 4 – transversal direction  $F_{4y} = 74.21 [N]$ ;

Traductor de forță 5 – vertical direction  $F_{5z} = 64.97 [N]$ ;

#### Test 7 – Avans în direcția de aşchiere

Material: Alloy steel

Turația frezei:  $n = 580 \text{ rot/min}$ ; Avansul ;  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 1 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient there are obtained the following values of cutting Forças:

Traductor de forță 1 – direcția longitudinală  $F_{1x} = 34.98 [N]$ ;

Traductor de forță 2 – transversal direction  $F_{2y} = 139.83 [N]$ ;

Traductor de forță 3 – direcția longitudinală  $F_{3x} = 247.03 [N]$ ;

Traductor de forță 4 – transversal direction  $F_{4y} = 81.80 [N]$ ;

Traductor de forță 5 – vertical direction  $F_{5z} = 161.93 [N]$ ;



## Test 8 – Aşchiere împotriva sensului de avans

Material: Alloy steel

Turaţia frezei:  $n = 580 \text{ rot/min}$ ; Avansul  $a_p = 24 \text{ mm/min}$ ; Adâncimea de aşchiere:  $t = 1 \text{ mm}$

Considering the transmissibility coefficient there are obtained the following values of cutting Forţas:

Traductor de forţă 1 – direcţia longitudinală  $F_{1x} = 47.52 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 2 – transversal direction  $F_{2y} = 148.12 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 3 – direcţia longitudinală  $F_{3x} = 333.33 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 4 – transversal direction  $F_{4y} = 99.64 \text{ [N]}$ ;

Traductor de forţă 5 – vertical direction  $F_{5z} = 127.79 \text{ [N]}$ ;

## 5.8. Concluziis

Pentru analiza dinamică a procesului tehnologic de frezare este necesară determinarea forţelor de aşchiere. Pentru determinarea acestora a fost proiectat un dinamometru de laborator care are ca elemente de măsurare traductoare dinamice de forţă. Acestea au fost montate pe cele patru elemente elastice ale dinamometrului. Inelele octoedrice au fost folosite ca elemente elastice.

Principala diferenţă dintre dinamometrele de laborator clasice şi cele folosite este că instrumentele străine au fost înlocuite cu traductoare dinamice de forţă. Ele determină nivelul Forţelor şi spectrul de frecvenţă corespunzător. Pentru o analiză corectă a dinamicii procesului de frezare, ținând cont de modelele prezentate în Capitolul 3, este necesară efectuarea unei analize modale a dinamometrului şi a sculei de tăiere.

Analiza modală a fost efectuată atât prin metode numerice (FEM) cât şi prin metode experimentale. Din punct de vedere experimental s-au folosit ambele metode cunoscute pentru dinamometru: metoda ciocanului de impact sau structura cu ajutorul unui agitator.

Au fost obţinute funcţiile de răspuns în frecvenţă ale mobilităţii (FRF), pentru ambele metode s-au determinat funcţiile de variaţie ale factorului de amortizare în funcţie de frecvenţă.

Analiza modală a fost, de asemenea, aplicată instrumentului folosind doar metoda ciocanului de impact. Acelaşi FRF a fost determinat pentru sculă, valorile care vor fi utilizate pentru modelele de frezare descrise în Capitolul 3.

După calibrarea dinamometrului, s-au determinat coeficienţii de transmisibilitate pe cele două axe, introducând semnale aleatorii în domeniul de frecvenţă 0 - 1600 Hz. Coeficienţii de transmisibilitate au fost determinaţi pentru un calcul corect al Forţelor de tăiere pe baza valorilor determinate la nivelul traductoarelor dinamice de forţă.

În cele din urmă, forţa pentru trei regimuri de tăiere şi două materiale au fost determinate prin experiment, frezarea în direcţia de avans faţă de direcţia de frezare a avansului.

## Capitolul 6 – Simularea comportamentului dinamometrului și a procesului de frezare

### 6.1. Introducere

În capitolele precedente au fost prezentate câteva aspecte despre principalele probleme care trebuie dezvoltate în procesul de măcinare. Au fost detaliate câteva modele despre procesul de frezare având în vedere analiza modală a prelucrărilor considerate ca 1 DOF și/sau 2 DOF.

În acest capitol sunt prezentate două abordări diferite despre procesul de frezare:

- analiza modală a dinamometrului ca sistem cu trei grade de libertate, subiect prezentat în lucrare [Mupona];
- bhe milling process as dynamic analysis considering FEM

Rezultatele prezentate în prezentul capitol vin să completeze stufurile prezentate în capitolele precedente.

### 6.2. Analiza dinamometrului ca system cu mase concentrate cu 3 grade de libertate [113]

#### 6.2.1. Modelul cu mase concentrate

După cum se arată în Figura 6.1, dinamometrul este format din două plăci și patru inele ortogonale ca elemente elastice. Având în vedere condițiile reale de lucru, în analiză s-a considerat că placa de fund a dinamometrului este fixată pe masa mașinii (Figura 6.1,a). Ca urmare, inelele elastice au fost reprezentate de arcuri legate cu placa în cele patru puncte simetric (Figura 6.1,b).

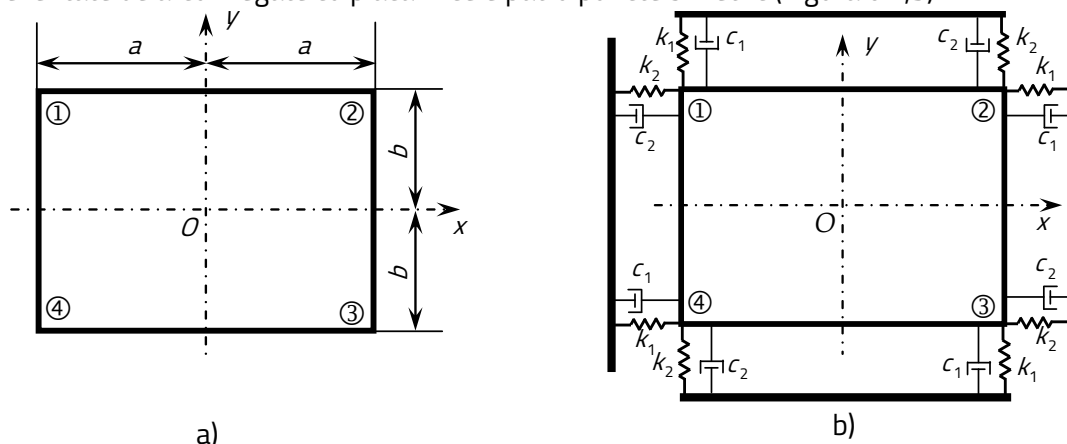


Figura 6.1 Modelul plăcii superioare: a) punctele de legătură și dimensiunile; b) modelul masa-arc al plăcii superioare și al inelelor

Pentru descrierea comportamentului dinamic al dinamometrului a fost nevoie să se scrie ecuațiile de mișcare. Pentru aceasta au fost considerate patru puncte cu următoarele poziții conform sistemului ortogonal  $xOy$ , cu originea  $O$  în centrul de masă (Figura 6.1,b):

- Punctul ①:  $P_1(x_1, y_1) \equiv P_1(-a, b)$ ;

- Punctul ②:  $P_2(x_2, y_2) \equiv P_2(a, b)$ ;
- Punctul ③:  $P_3(x_3, y_3) \equiv P_3(a, -b)$ ;
- Punctul ④:  $P_4(x_4, y_4) \equiv P_4(-a, -b)$ .

După coordonatele punctelor și ținând cont de mișcarea dinamometrului au fost scrise ecuațiile de mișcare.

## 6.2.2. Analiza mișcării plăcii superioare

Având în vedere dinamica procesului de frezare s-a considerat o mișcare combinată a plăcii superioare în ambele sensuri, longitudinală și transversală, notată cu " " și " " cu o rotație cu un unghi mic "  $\theta$  " (Figura 6.2). Ecuațiile de mișcare au fost scrise luând în considerare ipoteza deformației mici.

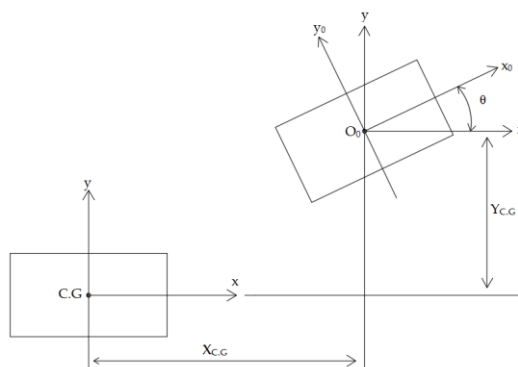


Figura 6.2 Schema mișcării plăcii: în direcția longitudinală „Ox”, în direcția transversală „Oy”

Având în vedere pozițiile punctelor înainte și după deformare Figura 6.2, se pot scrie următoarele coordonate noi ale celor patru puncte, în noul sistem de referință ortogonal  $x_0O_0y_0$ :

$$\begin{cases} x_{01} = x_{CG} + x_1 \cos\theta - y_1 \sin\theta; & y_{01} = y_{CG} + x_1 \sin\theta - y_1 \cos\theta; \\ x_{02} = x_{CG} + x_2 \cos\theta - y_2 \sin\theta; & y_{02} = y_{CG} + x_2 \sin\theta - y_2 \cos\theta; \\ x_{03} = x_{CG} + x_3 \cos\theta - y_3 \sin\theta; & y_{03} = y_{CG} + x_3 \sin\theta - y_3 \cos\theta; \\ x_{04} = x_{CG} + x_4 \cos\theta - y_4 \sin\theta; & y_{04} = y_{CG} + x_4 \sin\theta - y_4 \cos\theta. \end{cases} \quad (6.1)$$

Pe baza ipotezei deformațiilor mici se pot face aproximațiile  $\sin\theta \cong 0$  și  $\cos\theta \cong 1$  și ecuațiile (6.1) devin:

$$\begin{cases} x_{01} = x_{CG} + x_1 - y_1\theta; & y_{01} = y_{CG} + x_1\theta - y_1; \\ x_{02} = x_{CG} + x_2 - y_2\theta; & y_{02} = y_{CG} + x_2\theta - y_2; \\ x_{03} = x_{CG} + x_3 - y_3\theta; & y_{03} = y_{CG} + x_3\theta - y_3; \\ x_{04} = x_{CG} + x_4 - y_4\theta; & y_{04} = y_{CG} + x_4\theta - y_4. \end{cases} \quad (6.2)$$

Luând în considerare coordonatele punctelor se pot scrie noile coordonate:

$$\begin{cases} x_{01} = x_{CG} - a - b\theta; & y_{01} = y_{CG} - xa\theta - b; \\ x_{02} = x_{CG} + a - b\theta; & y_{02} = y_{CG} + a\theta - b; \\ x_{03} = x_{CG} + a + b\theta; & y_{03} = y_{CG} + a\theta + b; \\ x_{04} = x_{CG} - a + b\theta; & y_{04} = y_{CG} - a\theta + b. \end{cases} \quad (6.3)$$

Luând în considerare poziția inițială și relațiile din (6.3), deplasările fiecărui punct devin:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = x_{01} - x_1 = x_{CG} - b\theta; & \Delta y_1 = y_{01} - y_1 = y_{CG} - a\theta; \\ \Delta x_2 = x_{02} - x_2 = x_{CG} - b\theta; & \Delta y_2 = y_{02} - y_2 = y_{CG} + a\theta; \\ \Delta x_3 = x_{03} - x_3 = x_{CG} + b\theta; & \Delta y_3 = y_{03} - y_3 = y_{CG} + a\theta; \\ x_{04} = x_{04} - x_4 = x_{CG} + b\theta; & \Delta y_4 = y_{04} - y_4 = y_{CG} - a\theta. \end{cases} \quad (6.4)$$

Relațiile (6.4) vor fi utilizate în definirea ecuațiilor de mișcare, prezentate în subcapitolul următor.

### 6.2.3. Ecuațiile de mișcare

Deoarece forțele și momentele pot fi evidențiate clar, pentru scrierea ecuațiilor de mișcare a fost folosit principiul lui d'Alembert. Mișcările au fost considerate făcute în direcțiile pozitive ale axelor "Ox" și "Oy", iar rotația este considerată a fi în sens invers acelor de ceasornic (Figura 6.3). Ca urmare a acestor considerații de mișcări s-au dezvoltat forțe elastice și de amortizare (Figura 6.2).

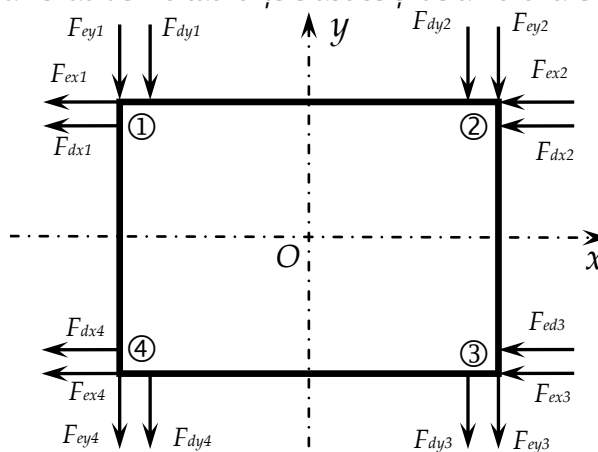


Figura 6.3 Diagrama forțelor dinamometru cu masă concentrată (placa superioară)

Având în vedere diagrama Forța din figura 6.3, folosind principiul d'Alembert se obțin următoarele ecuații de mișcare:

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_c + 2(c_1 + c_2) \dot{x}_c + 2(k_1 + k_2) x_c = 0; \\ m_p \ddot{y}_c + 2(c_1 + c_2) \dot{y}_c + 2(k_1 + k_2) y_c = 0; \\ J_p \ddot{\theta}_c + 2(c_1 + c_2)(a^2 + b^2) \dot{\theta}_c + 2(c_1 + c_2)(a^2 + b^2) \theta_c = 0. \end{cases} \quad (6.8)$$

Ecuațiile (6.8) pot fi rescrise într-o formă matriceală, astfel:

$$\begin{bmatrix} m_p & 0 & 0 \\ 0 & m_p & 0 \\ 0 & 0 & J_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_c \\ \ddot{y}_c \\ \ddot{\theta}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 + c_2 & 0 \\ 0 & 0 & (c_1 + c_2)(a^2 + b^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & 0 & 0 \\ 0 & k_1 + k_2 & 0 \\ 0 & 0 & (k_1 + k_2)(a^2 + b^2) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_c \\ y_c \\ \theta_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.9)$$

unde s-au făcut următoarele notații:  $m_p$  este masa plăcii superioare [kg],  $J_p$  este momentul de inerție mecanic al plăcii superioare [ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ],  $c_i (i=\overline{1,4})$  sunt constantele de amortizare și  $k_i (i=\overline{1,4})$  sunt constantele elastic.

Ecuatia (6.10) poate fi rescrisă sub forma matriceală:

$$\mathbf{M}\ddot{\Phi} + \mathbf{C}\dot{\Phi} + \mathbf{K}\Phi = \mathbf{0} . \quad (6.10)$$

#### 6.2.4. Analiza modală a dinamometrului ca system cu mase concentrate

Pentru calcularea frecvențelor naturale ale modelului considerat, în MATLAB® soft a fost scris un script în care au fost definite cele cinci matrice din  $\mathbf{A}$ , care s-au găsit valorile proprii ale matricei.

Pentru matrice s-au luat în considerare date:

- Masa totală (placa superioară + inele + piesă)  $m_p = 12[\text{kg}]$ ;
- rigiditatea  $k_1$  este considerată a fi rigiditatea longitudinală a inelului plus rigiditatea traductorului,  $k_1 = 29.195 \times 10^6 [\text{N/m}] + 2 \times 10^9 [\text{N/m}] = 2.029195 \times 10^9 [\text{N/m}]$
- rigiditatea  $k_2$  este considerată a fi rigiditatea transversală a inelului plus rigiditatea traductorului,  $k_2 = 28.894 \times 10^6 [\text{N/m}] + 2 \times 10^9 [\text{N/m}] = 2.028894 \times 10^9 [\text{N/m}]$ ;
- coeficienții de amortizare - au fost considerate cele obținute în [112]  $c_1 = 2546.49 [\text{Ns/m}]$  și  $c_2 = 1469.13 [\text{Ns/m}]$ ;
- dimensiunile geometrice  $a = 0.087 [\text{m}]$  și  $b = 0.042 [\text{m}]$ ;
- momentul mecanic de inerție  $J = 0.0636 [\text{kg}\cdot\text{m}^2]$ .

Pe baza scriptului scris în MATLAB® s-au obținut următoarele valori ale frecvențelor de rotație:  $\omega_{n1} = \omega_{n2} = 1.8521 \times 10^4 [\text{rad/s}]$  și  $\omega_{n3} = 2.4581 \times 10^4 [\text{rad/s}]$ .

Corespunzător pulsațiilor obținute rezultă frecvențele:  $f_{n1} = f_{n2} = 2947.7 [\text{Hz}]$  și  $f_{n3} = 3912.2 [\text{Hz}]$ .

#### 6.2.5. Funcția de răspuns în frecvență a sistemului

Funcțiile de răspuns în frecvență (notate ca FRF) definesc răspunsul structural la diferite forțe aplicate în funcție de frecvență. Funcțiile FRF pot fi exprimate în termeni de cantități principale care descriu vibrațiile: deplasare, viteză sau accelerație și sunt definite ca raport dintre aceste cantități față de semnalul de intrare (Forța/moment) pentru diferite frecvențe. În general, FRF descrie mișcarea punctului considerat datorată aplicării forței de excitație folosind un ciocan de impact sau un shaker [104], [148], [150], [171].

După cum se știe, decuplarea modală permite transformarea unui sistem cu „ $q$ -lea” grade de libertate, cuplate de ecuații ale ecuațiilor de mișcare, în „ $d$ ” ecuații decuplate cu un singur grad de libertate. Fiecare ecuație definește un mod de vibrație, iar practic sistemul este descompus în „ $d$ ” sisteme cu un singur grad de libertate, fiecare grad de libertate fiind definit printr-o ecuație de mișcare de forma

$$(-m_q \omega^2 + 2j\zeta_q \omega \omega_q + \omega_q^2)X(\omega) = F(\omega) \quad (6.19)$$



Din ecuația (6.19) se obține Funcția de Răspuns în Frecvență:

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} \quad (6.20)$$

unde  $X(\omega)$  este transformata Fourier a răspunsului și  $F(\omega)$  transformata Fourier a semnalului de excitație.

Combinând (6.19) și (6.20), relația (6.20) devine:

$$\frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{(-m_q \omega^2 + 2j\zeta_q \omega \omega_q + \omega_q^2)} = \frac{1}{m_q (\omega_q^2 - \omega^2 + 2j\zeta_q \omega \omega_q)}. \quad (6.21)$$

Așa cum este cunoscut, FRF data de relația (6.21) poate fi scrisă ca o combinație dintre o parte reală  $\text{Re}(\omega)$  și una imaginară  $\text{Im}(\omega)$ :

$$H(\omega) = \text{Re}(\omega) + j\text{Im}(\omega) \quad (6.22)$$

de forma:

$$\begin{cases} \text{Re}(\omega) = \frac{1 - u_j^2}{k_q [(1 - u_q^2)^2 + 4\zeta_q^2 u_q^2]} \\ \text{Im}(\omega) = \frac{-2\zeta_j u_j}{k_q [(1 - u_q^2)^2 + 4\zeta_q^2 u_q^2]} \end{cases} \quad (6.23)$$

Având în vedere datele modelului dinamic al dinamometrului (masă, amortizare și rigiditate) și ținând cont de principiul suprapunerii, sa trasat FRF pentru dinamometrul considerat (Figura 6.4).

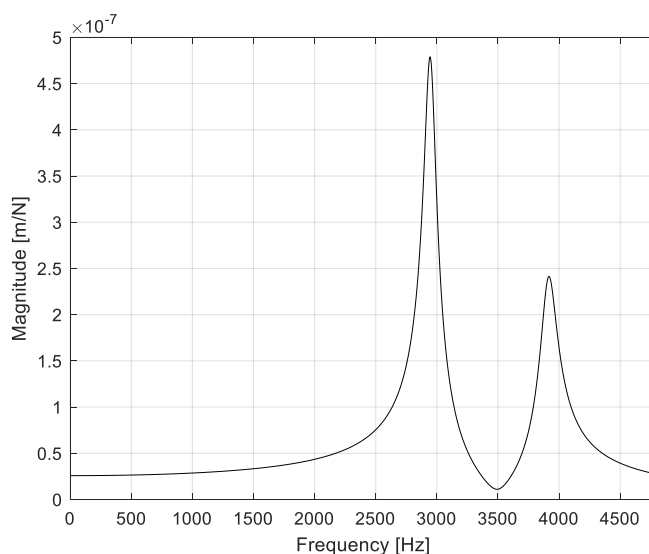


Figura 6.3 Reprezentarea FRF pentru dinamometru



## Capitolul 7 Concluzii

### 7.1. Considerații generale

Pe baza literaturii de specialitate, se poate spune că analiza procesului tehnologic de morărit a cunoscut de-a lungul anilor de la începutul secolului XX abordări multiple. Încă de la începutul dezvoltării proceselor tehnologice de prelucrare s-a observat apariția vibrațiilor nedorite dezvoltate între sculă și piesele de prelucrat.

S-a constatat că aceste vibrații sunt, de fapt, autoexcitații, care duc la dezvoltarea fenomenului de zbâncire cu consecințe asupra calității suprafețelor prelucrate (apar suprafețe ondulate), asupra uzurii sculelor, a defecțiunii mașinii-unelte etc. în cazul oricărui proces de prelucrare, determinarea Forțelor de aşchiere este de o importanță deosebită.

Determinarea Forțelor de aşchiere oferă posibilitatea de a calcula puterea de tăiere necesară, costurile de producție, proiectarea piesei de prelucrat, nivelul tensiunilor sculei (statice și dinamice), stabilitatea procesului de aşchiere, succesiunea operațiilor tehnologice etc. Ca urmare, dinamica modelarea forței tăietoare, prin măsurători și/sau prin dezvoltarea relațiilor analitice, are o importanță deosebită.

### 7.2. Contribuții personale

Prin tematica sa, teza a urmărit modelarea procesului de frezare din punct de vedere al analizei modale și în domeniul frecvenței și proiectarea și calibrarea unui dinamometru original care folosește traductoare dinamice de forță.

Teza conține elemente de calcul teoretice și/sau analitice, numerice și experimentale care converg către realizarea obiectivului principal: analiza procesului de frezare din punct de vedere spectral/modal, luând în considerare toate elementele care contribuie la procesul de prelucrare: mecanism de prelucrare, sculă, dispozitive de măsurare și proces de frezare

Ținând cont de ceea ce este prezentat în capitolele lucrării, obiectivele propuse au fost abordate și realizate astfel:

- s-a realizat o analiză a procesului tehnologic de frezare și a parametrilor principali ai acestuia în cadrul capitolului 2
- s-a realizat o analiză a teoriei vibrațiilor mecanice și analiza acestora folosind abordarea fenomenului în spațiul stărilor.
- au fost prezentate aspecte legate de analiza procesului de aşchiere ca sistem cu un grad de libertate și ca sistem cu două grade de libertate, considerându-se parametrii modale – Capitolul 3;
- modelele modale cu unul și două grade de libertate with 1 DOF and 2 DOF of the modal milling process with coupled and decoupled equations of state space were presented – Capitolul 3;



- s-a abordat problema fenomenului de chatter și a stabilității procesului de frezare – Capitolul 4;
- a fost realizat un dinamometru care folosește ca element de măsurare traductoare de forță dinamice în loc de mărci tensometrice – Capitolul 5;
- a fost determinate rigiditatea inelelor octogonale prin trei metode: analitic - § 5.2.1, prin FEM - § 5.2.2, și experimental - § 5.2.3, pe ambele direcții longitudinal și transversal;
- s-a efectuat o calibrare dinamică folosind analiza modală a dinamometrului - (Capitolul 5 - § 5.3) făcându-se următoarele:
  - Analiza modală inelă - § 5.3.3 și sa calculat o funcție pentru variația raportului de amortizare față de frecvență (5.20);
  - Analiza modală a dinamometrului prin metoda MEF - § 5.3.4.1;
  - Analiza modală experimentală a dinamometrului folosind ciocanul de impact - § 5.3.4.2, cu lovituri pe ambele sensuri: longitudinală și transversală;
  - Analiza modală experimentală a dinamometrului folosind agitator - § 5.3.3.3, cu semnal aleator pe ambele direcții: longitudinal și transversal;
- determinarea coeficientul de transmisibilitate a forței la cele cinci traductoare de forță dinamică folosind semnal aleator în ambele direcții: longitudinală și transversală - § 5.4;
- s-a realizat o analiză modală experimentală a sculei de tăiere cu ajutorul ciocanului de impact - § 5.5;
- s-au măsurat forța de tăiere cu ajutorul dinamometrului dezvoltat - § 5.6.

## References (selected)

- [4] Alipanahi, A., Mahboubkhah, M., & Barari, A. - Cross-sensitivity control in a novel four-component milling dynamometer for simultaneous measurement of tri-axial forces and torque, *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*, 2022, Vol. 191, 110788, <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.110788>
- [5] Altintas, Y., Budak, E. - Analytical Prediction of Stability Lobes in Milling, *Annals of the CIRP*, 1995, Vol. 44/1, pp. 357–362
- [7] Altintaş Y., Shamoto E., Lee P., Budak E. - Analytical Prediction of Stability Lobes in Ball End Milling, *Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 1999, Vo. 121, pp. 586 – 592
- [8] Astakhov, V. - *Geometry of Single-Point Turning Tools and Drills*. London: Springer, pp.52-126, 2010.
- [9] Altintas Y., Weck M. - Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding, *CIRP Annals*, Volume 53, Issue 2, 2004, Pages 619-642
- [21] Budak E., Tunc L.,T., Alan S., Özgüven Nevzat N. - Prediction of workpiece dynamics and its effects on chatter stability in milling, *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 2012, Vol. 61, pp. 339–342 (<http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2012.03.144>)
- [23] Campbell, F. - *Joining*, Materials Park, Ohio: ASM International, 2011
- [30] Chiriacescu, T.S., 1990, *Stability in Dynamic of Metal Cutting*, Elsevier Science Ltd, New York, Amsterdam
- [31] Choudhury, S., - *Elements of Workshop Technology Vol 2*. London: Asia Publishing House, 1996
- [32] Cioară, R., - Kinematic Structures for Processing of Surfaces with a Circle Directrix and a Straight Line Generatrix (Part IV). *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2016, Vol. 161, p.012032
- [35] Dai Y., Li H., Xing X., Hao B. - Prediction of chatter stability for milling process using precise integration method, *Precision Engineering*, 2018, Vol. 52, pp. 152–157 (<https://doi.org/10.1016/j.precisioneng.2017.12.003>)
- [37] Davim, J., - *Machining of Hard Materials*. London: Springer, pp.33-86, 2011
- [38] Ding Y., Zhu L. - Investigation on chatter stability of thin-walled parts considering its flexibility based on finite element analysis, *Int J Adv Manuf Technol*, 2018, Vol. 94, pp. 3173 – 3187 (DOI 10.1007/s00170-016-9471-x)
- [40] Dombovari Z., Sanz-Calle M., Zatarain M. - The Basics of Time-Domain-Based Milling Stability Prediction Using Frequency Response Function, *J. Manuf. Mater. Process.* 2020, Vol. 4, 72 (doi:10.3390/jmmp4030072)
- [42] Elmardi, D., 2020. Basic Definitions And Cutting Tool Geometry, *Single Point Cutting Tools* ([https://www.academia.edu/31078670/Basic\\_Definitions\\_and\\_Cutting\\_Tool\\_Geometry\\_Single\\_Point\\_Cutting\\_Tools](https://www.academia.edu/31078670/Basic_Definitions_and_Cutting_Tool_Geometry_Single_Point_Cutting_Tools))



- [44] Ezugwu Chinedu A. K., Okonkwo Ugochukwu C., Sinebe JuP. - Stability Analysis of Model Regenerative Chatter of Milling Process Using First Order Least Square Full Discretization Method, *International Journal of Mechanics and Applications* 2016, Vol. 6(3), pp. 49-62 (DOI: 10.5923/j.mechanics.20160603.03)
- [45] Faasen R. - Chatter Prediction and Control for High-Speed Milling. Modeling and experiments, PhD Thesis, Eindhoven University of Technology, ISBN 978-90-386-0995-9
- [46] Fei J., Xu F., Lin B., Huang T. - State of the art in milling process of the flexible workpiece, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* (2020) 109:1695–1725 (<https://doi.org/10.1007/s00170-020-05616-z>)
- [49] Gomez M. F., Smitz T.L. - Displacement-based dynamometer for milling force measurement, 47th SME North American Manufacturing Research Conference, Penn State Behrend Erie, Pennsylvania, *Procedia Manufacturing*, 2019, Vol. 34
- [60] Grum, J., Book Review: *Fundamentals of Machining and Machine Tools* by G. Boothroyd and W.A. Knight. *International Journal of Microstructure and Materials Properties*, 3(2/3), p.469, 2008
- [64] Hashmi, S. and Yilbas, B., - *Comprehensive Materials Processing*. Amsterdam: Elsevier, 2014
- [74] Insperger, T., Stépán G., - Stability of the milling process, *Periodica Polytechnica Ser. Mech. Eng. Budapest*, 2000, Vol. 44, No. 1, pp. 47–57
- [75] Insperger, T., Stépán G., Bayly P.,V., Mann B.,P., - Multiple chatter frequencies in milling process, *Journal of Sound and Vibrations*, 2003, vol. 262(2), pp. 333-345
- [77] Insperger, T., Stépán G., Turi J. - Updated semi-discretization method for periodic delay-differential equations with discrete delay, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2004, Vol. 61, pp. 117–141 (DOI: 10.1002/nme.1061)
- [79] Ito Y. (Editor) – *Leading-edge Perspectives for Theory and Suppression of Chatter in Machine Tools*, MTEF Research Guide Series No. 02, Machine Tool Engineering Foundation in March, 2019, ISBN 978-4-909859-01-3
- [87] Korkut I. – A dynamometer design and its construction for milling operation, *Materials and Design* 24 (2003) 631–637, doi:10.1016/S0261-3069(03)00122-5
- [88] Kronenberg, M. - A new approach to some relationships in the Theory of Metal Cutting, *J. Applied Physics*, Vol.6, Issue No. 6, 1945
- [89] Kumar K., Zindani D., Davim J.- *Advanced Machining and Manufacturing Processes*, 1<sup>st</sup> ed. Springer, pp.41-47, 2018
- [90] Kuntóglu M., Ságlam H. - Investigation of progressive tool wear for determining of optimized machining parameters in turning, *Measurement*, 2019, Vol. 140, pp. 427–436, (<https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.04.022>)
- [92] Li M., Zhang G., Huang Yu - Complete discretization scheme for milling stability prediction, *Nonlinear Dynamics*, 2013, vol. 71, pp. 187–199 (DOI 10.1007/s11071-012-0651-4)
- [93] Li Z., Zhu F., Xia L., Peng Y. - Prediction of Chatter Stability for Milling Process Using an Improved Semi-discretization Method, 5<sup>th</sup> International Conference on Advanced Engineering Materials and Technology (AEMT 2015), 39-44



- [102] Milton C. Shaw - Metal cutting principles, 2nd ed.; Publisher: Oxford University Press, ISBN 0-19-514206-3, 2005
- [108] Mousavi A.,S. Ahmadloo, E., - Analysis of Chip Removal Operations via New Quick-Stop Device, *Materials and Manufacturing Processes*, 2015, Vol.31(13), pp.1782-1791
- [110] **Mupona Munyaradzi Innocent**, Roşca Ioan Călin – Stability concept of the milling process, COMAT 2020 & eMECH 2020 Brasov, Romania, 29-31 October the 2020, pp. 102-105
- [111] **Mupona M.**, POZNA C., ROŞCA I.,C. - MILLING MACHINING MODEL AS MECHANICAL SYSTEM WITH 1DOF, *Proceedings of the 9<sup>th</sup> International Conference on Advanced Composite Materials Engineering*, Braşov 17-18 October 2022, pp.103-108, ISSN 2457-8541
- [112] **Mupona M.,I.**, Roşca I.,C. - Modal analysis of a milling dynamometer considered as 1DOF system, *Vibroengineering Procedia*, Volume 46, Pages 54 – 61, November 2022, 60<sup>th</sup> International Conference on Vibroengineering, Reşita, 18 November 2022, Code 185097, DOI: 10.21595/vp.2022.23009 (<https://www.extrica.com/article/23009>)
- [113] **Mupona M.**, I., Roşca, I.,C., Vlase S. - Modeling a Milling Dynamometer as a 3DOF Dynamic System by Stiffness Identification, *Applied Sciences (Switzerland)*, Volume 14, Issue 12, June 2024, Article number 4981, DOI: 10.3390/app14124981 (<https://www.mdpi.com/2076-3417/14/12/4981#>) WOS: WOS: 001254707600001
- [117] Oxley P., L., B., - *Mechanics of Machining: An Analytical Approach to Assessing Machinability*. Wiley, New York, NY, 1989
- [118] Park S.,S. – High frequency bandwidth cutting force measurements in milling using the spindle integrated force sensor system, PhD Thesis, University of British Columbia, November 2003 (<https://open.library.ubc.ca/>)
- [121] Piispanen, V., Theory of Formation of Metal Chips. *Journal of Applied Physics*, 19(10), pp.876-881, 1948
- [128] Roşca I.C.- *Mechanical Vibrations*, Editura Universităţii Transilvania din Braşov, ISBN 978-973-598-648-3, 2009
- [130] Saglam H., Unuvar A. – Three-component, strain gage based milling dynamometer design and manufacturing, *Transactions of the Society for Design and Process Science (SDPS)*, Juna 2001, vol.5, No.2, pp. 95-109
- [131] Schmitz, T. and Smith, K., - *Machining Dynamics*. 2<sup>nd</sup> Edition Springer, 2019
- [142] Sun C., Shen X., Wang W., - Study on the Milling Stability of Titanium Alloy Thin-walled Parts Considering the Stiffness Characteristics of Tool and Workpiece, *Procedia CIRP*, 2016, Vol.56, pp. 580-584
- [145] Tlustý, J., Ismail, F., 1981, Basic Nonlinearity in Machining Chatter, *Annals of the CIRP*, 30:21–25
- [146] Tobias, S A - *Machine Tool Vibration*, Publisher Blackie & Son (1 December 1965), ISBN-10: 0216874548, ISBN-13 : 978-0216874541
- [151] Tschätsch, H., - *Applied Machining Technology*. Dordrecht: Springer, pp.353-359, 2009.



- [152] Tunc L., T., Mohammadi Y., Budak E. - Destabilizing effect of low frequency modes on process damped stability of multi-mode milling systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, Vol. 111, pp. 423–441, <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.03.051>
- [153] Tyler C.,T., Troutman J.,R., Schmitz T.,L. - A coupled dynamics, multiple degree of freedom process damping model, Part 2: Milling, *Precision Engineering*, 2016, Vol. 46, pp. 73 – 80 (<http://dx.doi.org/10.1016/j.precisioneng.2016.03.018>)
- [158] Wan M., Zhang W. –H., Dang J.-W., Yang Y. - A unified stability prediction method for milling process with multiple delays, *International Journal of Machine Tools & Manufacture* 50 (2010) 29–41 (doi:10.1016/j.ijmachtools.2009.09.009)
- [159] Weremczuk, A., Rusinek, R. and Warminski, J. - The Concept of Active Elimination of Vibrations in Milling Process, *Procedia CIRP*, 2015, Vol.31, pp.82-87
- [162] Wu Y., You Y., Jiand J. - A stability prediction method research for milling processes based on implicit multistep schemes, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2019, Vol. 105, pp. 3271–3288 (<https://doi.org/10.1007/s00170-019-04487-3>)
- [163] Yue C., Gao H., Liu X., Lianf S., Y., Wang L. - A review of chatter vibration research in milling, *Chinese Journal of Aeronautics*, 2019, Vol. 32(2), pp 215–242 (<https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.11.007>)
- [169] \* \* \* - *ASA System of Tool Designation - American Standards Association*, Minaprem.com. 2020 (<http://www.minaprem.com/machining/cutter/designation/asa-system-of-tool-designation-american-standards-association/>)