Rezumat

Lucrarea are ca scop principal dezvoltarea unui aparat geometric unitar şi riguros pentru teoriile câmpurilor fizice bazate pe geometria Finsler. Însă, deoarece o parte din metodele nou introduse sunt utile în teoriile generale de câmp, aplicaţiile prezentate nu se vor limita la geometria Finsler.

Studiul a fost motivat de una din provocările majore ale fizicii moderne: obţinerea unei extinderi a teoriei generale a relativităţii, care să abordeze problemele acesteia la scară foarte mare sau foarte mică - probleme ce au dat naştere noţiunilor de materie/energie întunecată, respectiv, tensiunii cu mecanica cuantică, [204].

Geometria Finsler este cea mai generală geometrie ce admite o noţiune bine definită de lungime de arc, ea incluzând drept caz particular, geometria riemanniană. În fizica gravitaţională, ea apare ca model natural în cel puţin două situaţii: fenomenologia cuantică a gravitaţiei (*relaţiile de dispersie modificate,* [4] [159], [166]), respectiv, în *teoria cinetică a gazelor*, [94-95] (ce permite descrierea câmpului gravitaţional generat de surse multiple, ce se mişcă cu viteze diferite).

În plus, din punct de vedere pur matematic, geometria Lorentz-Finsler este un domeniu puţin explorat, surprinzător de diferit de geometria Finsler pozitiv definită şi cu aplicaţii uneori spectaculoase, v. Sec. 2.4.

Teza este structurată astfel. Cap. 1 este dedicat metodelor geometrice în calculul variaţional; Cap. 2 discută noţiunea de spaţiu-timp Finsler şi problemele asociate, iar Cap. 3 introduce un cadru geometric general pentru teoriile de câmp finsleriene, împreună cu o aplicaţie: un model concret pentru câmpul gravitaţional.

Limbajul modern pentru calculul variaţional, utilizat în lucrare, este bazat pe fibratele de jeturi asociate varietăţilor fibrate. Câmpurile fizice sunt tratate ca secţiuni, lagrangienii - ca forme diferenţiale, iar variaţiile, ca derivate Lie. Mai mult, noţiunea de *echivalent Lepage* al unui lagrangian permite o descriere geometrică concisă, bazată exclusiv pe operaţii cu forme diferenţiale, a întregului aparat al calculului variaţional. Sec. 1.1. prezintă pe scurt acest formalism.

Sec. 1.2 introduce noţiunea de *completare variaţională canonică,* [202], ce transformă un sistem arbitrar de ecuaţii diferenţiale într-unul variaţional, prin adăugarea unui termen corecţie. Acest termen, construit cu ajutorul aşa-numitului lagrangian Vainberg-Tonti, "corectează", de exemplu, tensorul Ricci al unei varietăţi riemanniene, în tensorul Einstein; o altă aplicaţie prezentată aici este in teoria Gauss-Bonnet a gravitaţiei, [98].

În Sec. 1.3, dedicată tensorilor energie-impuls, demonstrăm că, pe fibrate naturale arbitrare de index 1, orice lagrangian natural conduce la o *lege de echilibru,* [201], ce extinde legea de conservare covariantă a tensorului energie-impuls din cazul teoriilor metrice ale gravitaţiei. Ca aplicaţie, în teoriile metric-afine generale ale gravitaţiei, am obţinut o lege de echilibru simplă, invariantă la transformări de coordonate.

Sec. 1.4. discută o proprietate a echivalenţilor Lepage ai lagrangienilor, numită *proprietatea închiderii;* aceasta asigură că, trecând la formalismul hamiltonian bazat pe forme Lepage, lagrangienii ce conduc la aceleaşi ecuaţii Euler-Lagrange vor conduce şi la aceleaşi ecuaţii Hamilton. Pentru lagrangienii de ordin superior, un echivalent Lepage cu proprietatea închiderii a fost definit pentru prima dată în [198].

Secţiunile 2.1. şi 2.2 prezintă noţiunea de *spaţiu-timp Finsler* introdusă în [97] şi structurile geometrice asociate. O atenţie specială o acordăm noţiunii de *dependenţă omogenă de vectorii tangenţi* la varietatea spaţiu-timp a obiectelor geometrice finsleriene - noţiune esenţială în a asigura existenţa unei lungimi de arc corect definite. Sec. 2.3. face o scurtă comparaţie între spaţiile-timp Finsler şi spaţiile Finsler pozitiv definite, respectiv, varietăţile lorentziene, [76], [200]. Sec. 2.4. discută o aplicaţie a geometriei Lorentz-Finsler în obţinerea de inegalităţi pe $\mathbb{R}^n$, [140].

Sec. 3.1-3.2. introduc un cadru geometric general pentru problemele variaţionale ale căror variabile dinamice au o dependenţă omogenă de direcţie, [97]. *Spaţiile configuraţiilor* construite aici, ce admit obiectele geometrice omogene drept secţiuni şi totodată, permit aplicarea corectă a tehnicilor calculului variaţional, au ca varietate bază fibratul tangent proiectivizat pozitiv (fibratul sferă proiectiv) asociat varietăţii spaţiu-timp. Lagrangienii naturali conduc, în acest caz, la un *tensor de distribuţie a energiei şi impulsului* dependent de direcţie, ce respectă o lege de conservare sub formă integrală.

Un *model finslerian concret* pentru câmpul gravitaţional este construit în Sec. 3.3. Ecuaţiile în cazul vidului, [93], sunt obţinute prin completare variaţională, pornind de la ideea (aparţinând lui Pirani) că, în vid, urma operatorului de deviaţie a geodezicelor trebuie să se anuleze. Apoi, pentru materia descrisă ca un gaz cinetic, deducem ecuaţiile de câmp şi tensorul de distribuţie a energiei şi impusului, [94].

În Sec. 3.4, [96], pornind de la o definiţie axiomatică a *simetriei cosmologice*, determinăm generatorii acesteia în cazul finslerian. Forma generală rezultată pentru metricile Finsler cu simetrie cosmologică este folosită apoi pentru a obţine o clasificare completă, în cazul spaţiilor-timp Berwald.

Teza se bazează pe câteva lucrări ce le-am publicat ca autor sau coautor, dupa sustinerea tezei de doctorat: [76], [93]-[98], [140], [198]-[204]. Rezultate mai vechi, ca: [205]-[208], respectiv, [13]-[19], [22]-[25], [39]-[44],[167], [209]-[218], au fost lăsate la o parte, însă au contribuit la evoluţia mea ştiinţifică.

Cu excepţia Sec. 1.1, rezultatele prezentate în teză sunt, în absenţa altor specificaţii, rezultate originale, la care contribuţia mea a fost una esenţială.